

Multisequenz-Aligning (30.01.1006) by Jan-Philipp Kappmeier

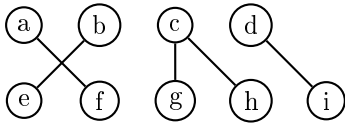
Eine mögliche Realisierung des Graphen (Folie 5):

```

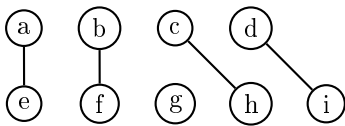
A - G C T T -
A - G - T T C
A A G C T T -
    
```

Welche Bedingungen muß ein Graph erfüllen, damit er ein Alignment realisieren kann?
 Knotengrad muß höchstens zwei sein, und er muß Kreuzungsfrei sein.

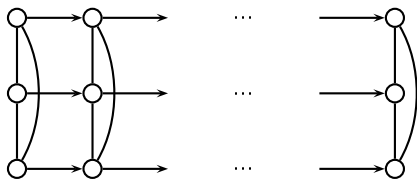
Verboten:



Erlaubt:



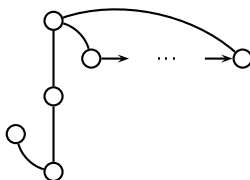
Satz: $\exists \text{ Trace} \Leftrightarrow \text{EAG}$ enthält keinen Mixed-Cycle
 $\Rightarrow \exists \text{ Trace} \Rightarrow \exists \text{ Alignment}$ die T realisiert



Das heißt, alle E -Kanten verbleiben in einer Spalte. Damit ein Mixed-Cycle entstehen kann, muß eine Pfeilkante durchlaufen werden. Danach muß jedoch eine Kante durchlaufen werden, die wieder eine Spalte zurückführt. Eine solche gibt es jedoch nicht!
 \Rightarrow Der Graph enthält keinen Mixed-Cycle.

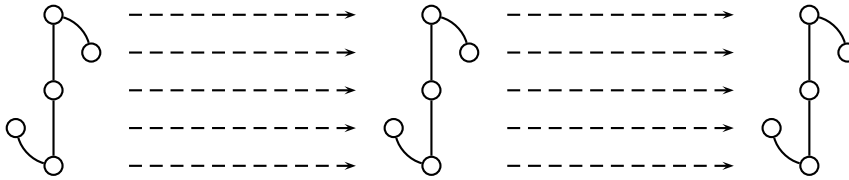
\Leftarrow "EAG enthält keinen Mixed-Cycle"

Im Folgenden bezeichnen Zusammenhangskomponenten immer Zusammenhangskomponenten die nur aus E -Kanten bestehen. Die H -Kanten werden gesondert betrachtet.



Es kann nie zwei Knoten einer Zusammenhangskomponente geben, welche auf einer Ebene sind, sonst würde ein Kreis entstehen.

⇒ Alle Zusammenhangskomponenten werden in einzelne Spalten gepackt:



Wir Definieren nun eine $<$ -Relation (Halbordnung) auf den Zusammenhangskomponenten wie folgt:

$ZSHK_i < ZSHK_j$ genau dann, wenn es eine Kante aus H gibt, die von $ZSHK_i$ zu $ZSHK_j$ geht.

$ZSHK_i < ZSHK_j$ und $ZSHK_j < ZSHK_i$ geht nicht, da dann ein Kreis vorhanden wäre, im Widerspruch zur Voraussetzung.

⇒ Es liegt tatsächlich eine Halbordnung vor, wir können sie zu einer ganzen Ordnung erweitern.

⇒ Es liegt ein Trace vor.

Formulierung als ILP:

Kantenkosten: x_e für alle $e \in E$

Zielfunktion: $\max \sum_{e \in E} w_e x_e$

Ganzzahligkeit: $0 \leq x_e \leq 1$

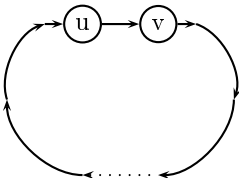
Kreise vermeiden: $\sum_{e \in C \cap E} x_e \leq |C \cap E| - 1 \forall C$

Vorgehensweisen zum Lösen des Separationsproblems:

Separationsgleichung umformen:

$$|C \cap E| - \sum_{e \in E \cap C} x_e \geq 1 = \sum_{e \in C \cap E} \geq 1 \forall \text{ Mixed-Cycle.}$$

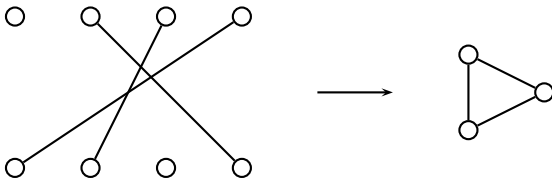
Suche nach Kreisen im Graph:



Finde Kreis, auf dem u und v liegen durch Suche eines kürzesten Weges von v nach u . Führe diese Suche für alle Kanten in H durch. So werden alle Kreise gefunden.

Falls die Weglänge < 1 ist, wurde ein Mixed-Cycle gefunden. Falls die Weglänge ≥ 1 ist, liegt die betrachtete H -Kante nicht in einem Mixed-Cycle.

Cliquen-Ungleichung:



Aus jeder Kreuzung wird ein Knoten erzeugt, wenn diese verbunden werden entsteht eine Clique, und damit auch ein Kreis.