PG 431 - Metaheuristiken

Optimierung — Wie und Warum?
Dirk Hoppe

Es erfolgt zunächst eine Einführung in den Themenkomplex der Optimierung. Hierzu werden zentrale Begriffe und Zusammenhänge erläutert und Optimierung als Prozess beschrieben. Anschließend werden verschiedene Optimierungsverfahren vorgestellt und Klassifikationsmöglichkeiten hinsichtlich ihrer Eigenschaften und Einsatzgebiete erörtert. Den Abschluss bilden drei exemplarisch vorgestellte Anwendungsbeispiele aus verschiedenen wissenschaftlichen Disziplinen.

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung

1.1 Der Begriff „Optimierung“

In [Lit92] wird definiert:

> „Unter Optimierung versteht man eine Planung einer Entscheidungsfragestellung in der Weise, dass eine bezüglich einer gewählten Zielsetzung optimale (beste) Alternative aus einer Reihe von Alternativen bestimmt wird.“

Im Lichte dieser Definition könnte man den Begriff Optimierungsproblem sicher sehr weit fassen. Ist etwa die Fragestellung „Welchen Film sehe ich mir heute im Kino an?“ ein Optimierungsproblem? Wie in der Definition gewünscht stellt diese Frage, bzw. der zugehörige Entscheidungsprozess, eine Auswahl einer Alternative (eines bestimmten Films) unter mehreren Möglichkeiten (allen Filmen im Kinoprogramm) dar. Was jedoch ist die Zielsetzung? Und wie können Alternativen objektiv verglichen werden, sodass am Schluss eine „Beste“ bestimmt werden kann? Bei der Auswahl des Films können Faktoren wie die Länge des Films, sein Bekanntheitsgrad, die Schauspieler, die Kritiken, die Anfangs- oder Endzeit eine Rolle spielen. Ziel ist es, sich einen möglichst unterhaltsamen Abend zu machen. Leider ist diese Zielsetzung nur schlecht zu quantifizieren. Einen „optimalen“ Film für den Abend gibt es nicht. Im Folgenden werden wir uns also auf Probleme beschränken, bei denen Alternativen objektiv miteinander verglichen werden können.

Sei für eine Entscheidungsfragestellung eine Menge M von möglichen Alternativen gegeben. Eine Funktion $M \to \mathbb{R}$, die jeder Alternative einen reellen Wert zuweist, heißt Zielfunktion. Mit dieser Definition können wir jetzt also den Begriff des Optimierungsproblems etwas mathematischer gestalten:

> Ein Optimierungsproblem besteht aus einer Menge von Alternativen M und einer zu minimierenden (maximierenden) Zielfunktion $f : M \to \mathbb{R}$.

Hierbei kann die Anzahl der Alternativen sehr klein (z.B. Ja oder Nein) oder sehr groß (z.B. der $\mathbb{R}^n$) sein. Da die Menge der Alternativen oft eine Struktur hat, spricht man auch vom Zielfunktions-, Such- oder Lösungsraum.

1.2 Problemrepräsentation und Modellierung

Wenn man in der Praxis vor einem Optimierungsproblem steht, muss man sich zunächst darüber klar werden, in welcher Form man die Entscheidungsmöglichkeiten mathematisch darstellt. Um das Problem überhaupt einem Optimierungsprozess zugänglich zu machen, muss eine solche Problemrepräsentation gefunden werden. Hierbei werden Freiheitsgrade durch Variablen dargestellt. Diese Variablen können boolesche, natürliche, ganze oder reelle Zahlen sein, im Allgemeinen geht man von reellen Zahlen aus. Hat man eine Problemrepräsentation durch n Freiheitsgrade gefunden, so erhält man den $\mathbb{R}^n$ als Zielfunktionsraum. Hierzu ein Beispiel:

Ein Fabrikant, der Apfelsaft herstellt, will diesen verpacken. Seine Maschinen können quaderförmige Pappverpackungen herstellen. Die Kosten der Verpackungen hängen vom verbrauchten Material ab. Er will eine möglichst billige Verpackung seines Apfelsaftes entwerfen. Hierzu stellt er Länge l, Breite b und Höhe h der Verpackung als reelle Werte dar. Er erhält eine zu minimierende Kostenfunktion $f(l, b, h) : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$. Mit dieser Repräsentation ist die Problemstellung aber nicht adäquat beschrieben. Zum einen können die Maschinen des Herstellers nur Verpackungen von höchstens 200 mm Höhe herstellen. Zum anderen soll die Verpackung genau 1000 ml Apfelsaft fassen. Er erhält Nebenbedingungen für sein Problem:

$$h \leq 200 \Rightarrow h - 200 \leq 0 \qquad l * b * h = 1000 \Rightarrow l * b * h - 1000 = 0.$$

Diese Art von Nebenbedingungen heißen auch Restriktionen. Man klassifiziert sie nach [Pap91] als Ungleichungsnebenbedingungen (obige 1. Bedingung) der Form $h(x) \leq 0$ und Gleichungsnebenbedingungen (obige 2. Bedingung) der Form $c(x) = 0$. Hierbei sind h und c Funktionen von $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$. Restriktionen teilen den Suchraum in einen zulässigen und einen nicht zulässigen Bereich ein. Der zulässige Bereich entspricht dann der Menge M der Alternativen.

Oft können die Zusammenhänge bei Optimierungsproblemen nicht exakt, sondern nur vereinfacht dargestellt werden. Manchmal sind die Zusammenhänge auch nicht vollständig bekannt oder verstanden. Dann muss die Problemrepräsentation die tatsächlichen Zusammenhänge approximieren. Diese vereinfachende Darstellung nennt man Abstraktion. In obigem Beispiel bleibt z.B. die Ausbeulung der Pappverpackung unberücksichtigt, der Hersteller geht von einer exakten Quaderform aus. Die Formulierung eines Problems als Optimierungsproblem heißt Modellierung. Repräsentation (etwa durch eine Funktion $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$), und Restriktionen (z.B. $c_i : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$; $c_i = 0$ bzw. $h_i : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$; $h_i \leq 0$) bilden das Modell des Problems. Der Entwurf eines geeigneten Modells ist ein wichtiges und unter Umständen sehr schwieriges Problem. Im obigen Beispiel kann etwa die Anzahl der Variablen (die so genannte Problemdimension) um eins reduziert werden, da sich durch die Bedingung $l * b * h = 1000$ die Breite der Verpackung aus Länge und Höhe ergibt. Auch ist es möglich, dass die genauen mathematischen Zusammenhänge zwischen Variablen und Zielfunktion nicht bekannt sind. Das Modell kann dann aus einer Simulations- oder Versuchsumgebung bestehen, bei der der Zielfunktionswert in Abhängigkeit von der Belegung der Variablen nur gemessen werden kann.

1.3 Lösung und Entscheidung

Um zu einer geeigneten Lösung zu kommen, wendet man ein der Problemrepräsentation angemessenes Verfahren an. Optimierungsverfahren werden ausführlich im nächsten Kapitel diskutiert. Als Ergebnis eines solchen Verfahrens erhält man eine oder mehrere Lösungen. Im Falle der Repräsentation durch n reelle Variablen also Vektoren des $\mathbb{R}^n$, die gegen keine der Restriktionen verstoßen. Den Abschluss des Optimierungsprozesses bildet die Entscheidung für eine optimale Lösung anhand der Problemstellung.

1.4 Optimierung als Prozess

Nach diesen Vorüberlegungen lässt sich folgendes Diagramm als Schema für den Ablauf einer Optimierung angeben. (Nach [Lit92], Schaubild etwas vereinfacht)

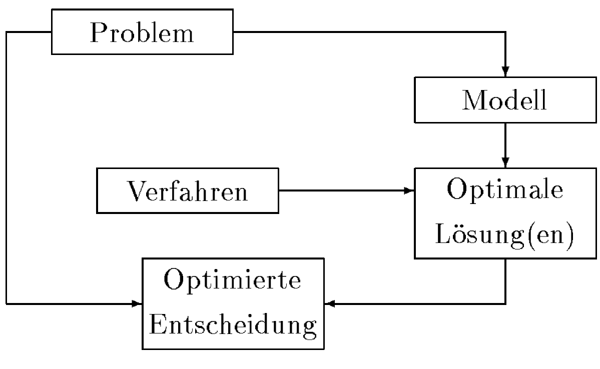

Abbildung 1: Vorgehensweise bei der Optimierung, nach [Lit92]

2 Optimierungsverfahren

2.1 Allgemeines

Wie gelangt man von einem Modell zu einer oder mehreren optimalen Lösungen?

> Ein Optimierungsverfahren ist eine Methode, ausgehend von einem mathematischen Modell, mittels algorithmischem oder heuristischem Vorgehen, Lösungen mit minimalem (maximalem) Funktionswert zu finden.

Hierbei ist es im übrigen unerheblich, ob eine Funktion minimiert oder maximiert werden soll; eine Minimierung von f ist dasselbe wie eine Maximierung von $-f$. Zur Auffindung des Extremums steht in der allgemeinen Optimierungssituation nur ein Mittel zur Verfügung, nämlich das Überprüfen von Lösungen, also die Auswertung (oder Messung) der Zielfunktion f an einer Stelle $x \in \mathbb{R}^n$.

Verfahren klassifiziert man in Algorithmen und Heuristiken. Algorithmen terminieren, während Heuristiken das nicht tun, man bricht sie anhand eines geeigneten, aber vom Verfahren in der Regel unabhängigen Kriteriums, etwa einer festen Anzahl von Zielfunktionsauswertungen, ab. Eine weitere wichtige Eigenschaft von Heuristiken ist, dass sie keine optimalen Lösungen garantieren. Einige erreichen stets gute Lösungen, wie etwa Fixpunktiterationen auf geeignet strukturierten Funktionen. Hierbei können Optima sogar beliebig genau approximiert werden. Bei anderen Heuristiken können Lösungen (im worst case) sehr schlecht sein.

Im einfachsten Fall können für eine Optimierungsaufgabe alle Möglichkeiten durchprobiert werden. Steht für die Optimierung ein Computer zur Verfügung, so kann dieses Verfahren, die vollständige Enumeration, noch bei mehreren Millionen oder gar Milliarden nötigen Auswertungen sinnvoll sein. Wäre dieses Verfahren immer anwendbar, so wäre Optimierung kein schwieriges Problem. Allerdings sind Suchräume in der Regel nicht endlich. Aber selbst endliche Suchräume, etwa bei Problemrepräsentation durch binäre Variablen, können zu groß sein. Werden etwa beim bekannten Rucksackproblem die n Objekte durch 1 (einpacken) oder 0 (nicht einpacken) repräsentiert, so ergeben sich 2^n mögliche Lösungen. Das sind etwa für $n = 1000$ zu viele, um alle auszuprobieren. Eine „einfache“ Lösung ist überdies auch nicht zu erwarten, das das Problem als NP-vollständig bekannt ist.

2.2 Mathematische und numerische Verfahren

Klassische Optimierungsverfahren stammen aus der numerischen Mathematik. Hierbei ist die Zielfunktion bekannt, und erfüllt oft weitere Eigenschaften. Sind etwa reelle Variablen einem linearen Zusammenhang unterworfen und sind alle Ungleichungen ebenfalls linear so ist dies Ausgangssituation für den bekannten und populären Simplex-Algorithmus. Er kann als Standardverfahren der linearen Optimierung aufgefasst werden. Ohne näher auf seine Funktionsweise einzugehen, sei gesagt, dass es sich um einen Algorithmus handelt, der nur ausgewählte Punkte des Suchraums betrachtet. Grundlage für die Korrektheit dieses Vorgehens ist die mathematische Beschaffenheit des Problems, da lineare Gleichungen und Ungleichungen eine sehr einfache Struktur beschreiben. Trotzdem ist die worst-case-Laufzeit des Algorithmus exponentiell ([KM72]). In der Praxis ist er aber Algorithmen, die eine polynomielle Laufzeit garantieren, überlegen.

Hat man eine beliebige differenzierbare Funktion $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ gegeben, so kann man versuchen, deren Extremalstellen mit Hilfe analytischer Verfahren zu bestimmen, z.B. indem man die kritischen Punkte und die Hessematrix der Funktion bestimmt. In der Praxis schlägt diese Vorgehensweise aber oft fehl, etwa weil die Hessematrix nicht definit ist. In diesem Fall bieten sich Fixpunkt- oder Gradientenverfahren an. Hierbei handelt es sich um Approximationsverfahren, bei denen man sich iterativ (aber deterministisch) Extremalstellen im Suchraum nähert. Einige dieser Verfahren verlangen Differenzierbarkeit von der Zielfunktion, andere kommen mit beliebigen stetigen Funktionen aus.

Gradientenverfahren beginnen bei einem beliebigem Startpunkt im Suchraum und wählen dann einen Suchpunkt in Richtung des steilsten Anstiegs. Dadurch nimmt der aktuelle Funktionswert stets zu und es wird das globale oder ein lokales Optimum sukzessive approximiert. Iterative Verfahren, die sich stets nur verbessern, werden auch „Hillclimber" genannt. Ein Suchschritt ist in Abbildung 2 für die zu maximierende Funktion $100 - x^2 - y^2$ gezeigt. Diese Funktion hat nur ein globales Maximum und keine lokalen Maxima. Solche Funktionen heißen unimodal. Im Gegensatz heißen Funktionen mit mehreren Optima multimodal. Da eine Darstellung einer 2-dimensionalen Funktion wie in den Abbildungen an eine Landschaft mit Bergen und Tälern erinnert, spricht man auch von der „Fitnesslandschaft" der Funktion. Hierbei bezieht sich der Bestandteil Fitness auf das Synonym für Funktionswert, wie es bei evolutionären Algorithmen (siehe Abschnitt 2.3) üblich ist.

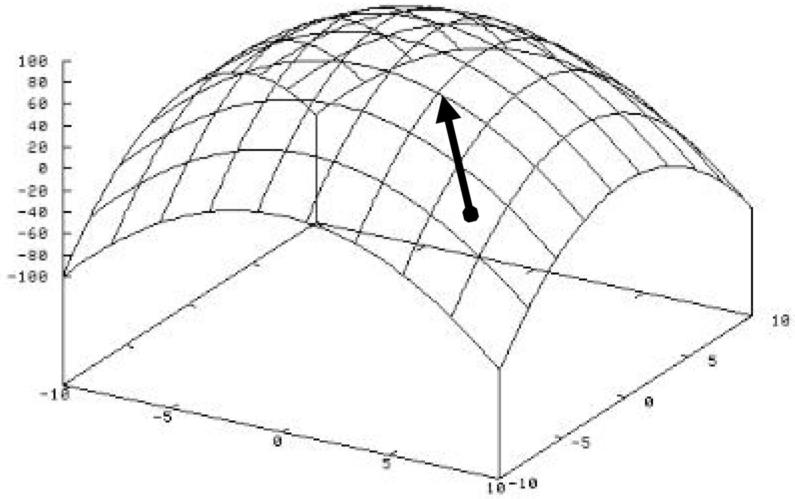

Abbildung 2: Teilschritt eines Gradientenverfahrens auf der unimodalen Funktion $100 - x^2 - y^2$

Abbildung 3 zeigt eine multimodale Funktion. Startet ein Gradientenverfahren im angegeben Punkt, so konvergiert es gegen ein lokales Maximum, findet also die optimale Lösung ($x = 0, y = 0$) nicht. Multimodale Funktionen stellen schwierige Optimierungsprobleme dar. Hat die Zielfunktion, wie die obige, nur wenige lokale Optima, so können so genannte Multistartvarianten von Gradientenverfahren eingesetzt werden. Dies sind im Prinzip getrennte, parallel oder sequentiell ablaufende herkömmliche Gradientenverfahren, deren Startvektoren aber über den Zielfunktionsraum verteilt werden, sodass mit hoher Wahrscheinlichkeit das globale Optimum gefunden wird.

Selbst diese Verfahren schlagen aber fehl, falls die Funktion sehr viele, oder sogar unendlich viele lokale Extremalstellen hat. Abbildung 4 zeigt eine solche, so genannte hochgradig multimodale Funktion. Probleme, deren Fitnesslandschaften hochgradig multimodal sind, gelten als sehr schwierig zu optimieren. Eine Klasse von Verfahren, die auch bei diesen Problemen gute Lösungen erzielen können, werden im nächsten Abschnitt vorgestellt.

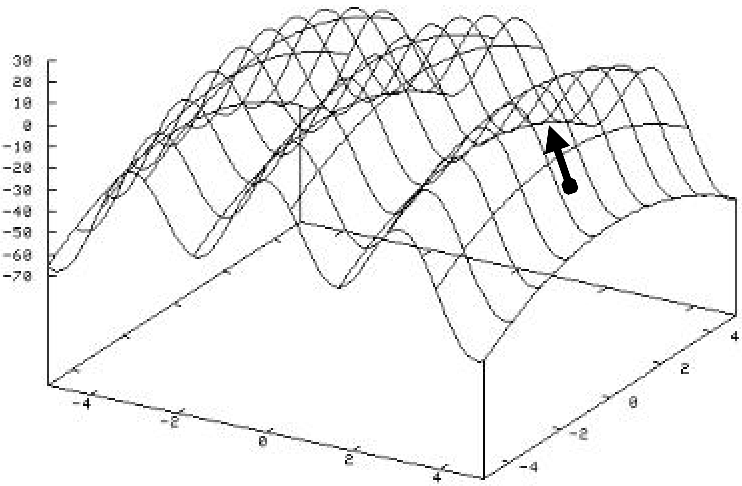

Abbildung 3: Die multimodale Funktion $1 - x^2 - y^2 + 20cos(2x)$

2.3 Stochastic Iterative Methods

Von besonderem Interesse ist für uns die Klasse der „Stochastic Iterative Methods“, da viele der in dieser Projektgruppe behandelten Verfahren zu ihnen gezählt werden. Sie werden in [CDG99] durch folgenden Ablauf charakterisiert:

1. **Begin**:
   Generate and evaluate an initial collection of candidate solutions S.

2. **Operate**:
   Produce and evaluate a collection of new candidate solutions S' by making randomized changes to (or 'operating' on) selected members of S.

3. **Renew**:
   Replace some of the members of S with some of the members of S', and then (unless some termination criterion has been reached) return to 2.

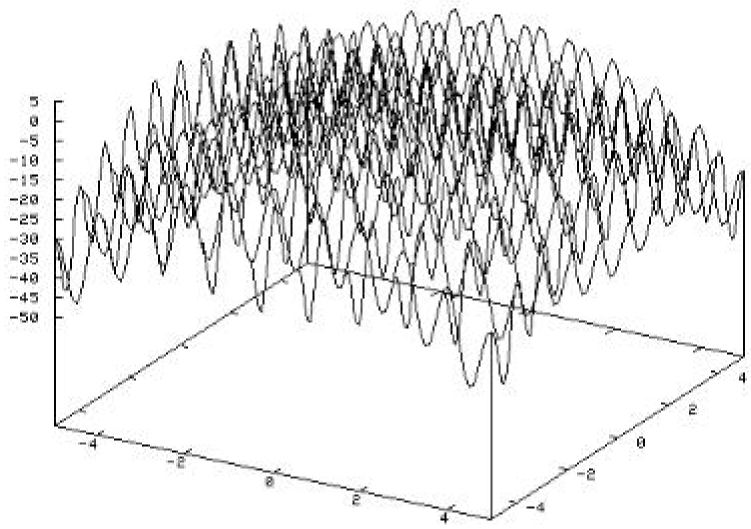

Abbildung 4: Die hochgradig multimodale Rastrigin-Funktion $10(cos(2\pi x) + cos(2\pi y)) - x^2 - y^2$

Für diese Methoden sprechen laut [CDG99] drei Vorteile:

- Einfach zu implementieren:
  Sie können oft in wenigen Zeilen geschrieben werden.

- Sehr allgemein:
  Sie stellen keine Anforderung an das Optimierungsproblem oder die Beschaffenheit der Zielfunktion.

- Erfolgreich:
  Verfahren dieser Klasse haben bewiesen, dass sie schnell gute Lösungen für eine große Auswahl von akademischen und praktischen Problemen liefern können.

Zu den „Stochastic Iterative Methods“ zählen neben bewährten Heuristiken wie Genetischen Algorithmen (*GA*, siehe z.B. [Gol89]), Evolutionsstrategien (*ES*, siehe z.B. [Sch95]) oder Simulated Annealing (siehe z.B. [KGV83]) auch eine Reihe relativ neuer Verfahren. Bekanntere Vertreter sind hierbei Memetic Algorithms (siehe z.B. [Mos89]), TABU Search, (siehe z.B. [Glo89]) oder Ant Colony Optimization (*ACO*, siehe z.B. [DMC96]). Zu den weniger bekannten Verfahren zählen Cultural Algorithms (siehe z.B. [Rey94]), Population based incremental learning (PBIL, siehe z.B. [Bal94]) und viele weitere. Eine saubere Klassifizierung dieser (teilweise sehr ähnlichen) Verfahren ist aufgrund der großen Anzahl an Varianten, ihrem teilweise geringem Bekanntheitsgrad, der gängigen Praxis Verfahren zu hybridisieren und den alles andere als einheitlichen Bezeichnungen kaum möglich. Gemein ist fast allen dieser Verfahren, dass ihre Funktionsweise ein Analogon zu einem natürlichen oder gesellschaftlichen Phänomen darstellt. So haben *EA* und *ES* Evolutionsprozesse zum Vorbild. *ACO* ahmt das Verhalten von Tieren nach, Simulated Annealing einen physikalischen Prozess, und Memetic und Cultural Algorithms haben gesellschaftliche bzw. kulturelle Vorbilder.

3 Anwendungen

3.1 Überblick

Optimierungsverfahren kommen in fast allen Sparten der Natur-, Ingenieurs- und Wirtschaftswissenschaften zum Einsatz. Auch in der Praxis werden sie in der einen oder anderen Form in so gut wie jedem Wirtschafts- und Industriezweig, und von staatlichen Institutionen in der Raumplanung, Verwaltung und zu militärischen Zwecken eingesetzt.

In den weiteren Abschnitten werden exemplarisch praktische Anwendungen von Optimierungsverfahren vorgestellt. Zunächst wird auf ein Problem, das für Kommunalverwaltungen relevant ist, und das mit herkömmlichen Verfahren gelöst wird, vorgestellt. Dann wird eine Anwendung aus der Industrie, bei der Evolutionsstrategien zum Einsatz kommen und der zugehörige Optimierungsprozess erörtert. Schließlich wird eine Anwendung aus den Geisteswissenschaften vorgestellt, bei dem der Aspekt der Optimierung erst nachträglich in den Vordergrund rückte.

3.2 Steuerung von Kanalnetzen

In [Pap91] wird ein Problem, das bei der Bewirtschaftung von Kanalnetzen auftritt, näher erörtert. Starke Regenfälle führen in Kanalnetzen zu dem Problem, dass die Kapazität von Kläranlagen überschritten wird und ungeklärtes Wasser überläuft, was zu Verschmutzungen führt. Um dies zu verhindern, werden zur Zwischenspeicherung des ungeklärten Wassers Becken angelegt. Nach den Regenfällen kann das gespeicherte Wasser dann der Kläranlage zugeführt werden. Der Zu- und Abfluss zu den Becken in Abhängigkeit vom Zufluss durch Regen muss geregelt werden. Das Problem wird in [Pap91] so formuliert:

> Bestimme für ein gegebenes Kanalnetz mit Zuflussstellen, Überlaufstellen, Beckenvolumina und Kläranlagen aufgrund eines prognostizierten Zuflussverlaufs und des gemessenen aktuellen Zustandes die optimalen Stellwerte, die zur Minimierung der Überläufe bei maximal möglicher Beschickung der Kläranlagen mit Mischwasser führen.

Die technischen Details der Umsetzung des Problems in ein Modell sind für uns unerheblich. Als Ergebnis ergibt sich eine Zielfunktion des Typs $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$:

$$J = \sum_{k=0}^{K} \{\alpha_1 \sum_{i=1}^{3} \psi[V_{i,max} - V_i(k)]^2 + \alpha_2 s(k)^2 + \alpha_3 [r_{max} - r(k)]^2 \\ + \alpha_4 \sum_{i=1}^{3} [V_i(k) - v_i V_G(k)]^2 + \alpha_5 \sum_{i=1}^{2} [q_i(k) - q_i(k-1)]^2\}$$

Was die Variablen und Konstanten bedeuten, ist ohne Belang. Es handelt sich um eine Polynomfunktion. Diese ist stetig und differenzierbar. Als mögliche Verfahren werden deshalb in [Pap91] verschiedene Varianten von Gradientenverfahren diskutiert.

3.3 HDA Prozessoptimierung

Dieses Optmierungsproblem stammt aus der Chemietechnik. HDA ist ein chemischer Prozess, bei dem aus Toluen (C_7H_8) Benzen (C_6H_6) hergestellt wird. HDA steht für Hydrodealkylation. Chemische Anlagen, in denen dieser Prozess abläuft haben einen gemeinsamen Grundaufbau. Die technischen Details erlauben jedoch zahlreiche Freiheitsgrade, wie Drücke in Reaktoren, Temperaturen, Mischanteile, aber auch die Anzahl der Lagen in bestimmten Destillationssäulen, und viele weitere. Einige dieser Parameter, wie Druck und Temperatur, lassen sich gut durch reelle Zahlen abbilden. Andere, wie die Anzahl der Lagen nur durch ganze Zahlen. In [EGGS00] wird deshalb eine „gemischte“ Problemrepräsentation vorgeschlagen:

$$\begin{array}{l} f(r_1, ..., r_{n_r}, z_1, ...z_{n_z}, d_1, ..., d_{n_d}) \to min \\ \qquad \text{subject to} \\ r_i \in R_i := [r_i^{min}, r_i^{max}] \subset \mathbb{R},\ i = 1, ..., n_r \\ z_i \in Z_i := [z_i^{min}, z_i^{max}] \subset \mathbb{Z},\ i = 1, ..., n_z \\ d_i \in D_i := \{d_{i,1}, ..., d_{i,|D_i|}\},\ i = 1, ..., n_r \end{array}$$

Hierbei sind D_i Mengen diskreter Werte, etwa drei verschiedene Kühlmittel, die verwendet werden können. Das Kernproblem der Modellierung ist aber, dass die mathematischen Zusammenhänge zwischen Freiheitsgraden und Zielfunktion nicht bekannt sind. Man weiss nur, dass sie nichtlinear und deswegen nicht leicht zu optimieren ist. Der Funktionswert f, der die „Performance“ der gegebenen Anlage wiedergibt, kann durch eine in der Chemietechnik häufig verwendete Simulationsumgebung, $ASPEN\ PLUS^{TM}$, bestimmt werden.

Als Optimierungsverfahren wird eine Evolutionsstrategie vorgeschlagen, die speziell für die gemischte Repräsentation angepasst wird. Man kann auch von einer Hybridisierung allgemeinerer Evolutionsstrategien sprechen. Der Gesamtoptimierungsprozess wird in Abbildung 5 wiedergegeben:

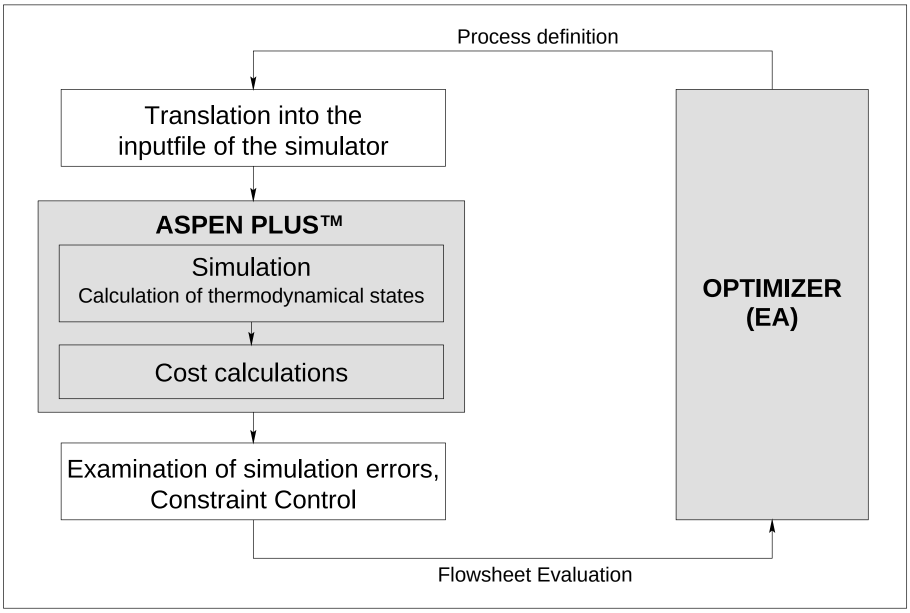

Abbildung 5: Ablauf der HDA Prozessoptimierung (aus [EGGS00])

3.4 Modellierung kultureller Entwicklung

Erst relativ spät, seit den 1970er Jahren, werden kulturelle Systeme nicht statisch, sondern mit Hilfe der zugrunde liegenden Prozesse beschrieben. Robert G. Reynolds entwickelte aus diesen Ansätzen eine Modellierungsmethode, mit denen er unter anderem Erkenntnisse über die Entwicklung des Ackerbaus in Mexiko gewinnen konnte (siehe [Rey86]). Grundlage waren die von ihm entwickelten „Cultural Algorithms", bei denen er herkömmliche Genetische Algorithmen erweiterte. Er bediente sich dieser Methoden zunächst nur zur Modellierung kultureller Prozesse. Erst später wurde der CA als Optimierungsverfahren verstanden (siehe z.B. [Rey99]) und angewandt. Hierbei wurde also die Metaheuristik nicht explizit zur Optimierung entwickelt. Da sie aber, wie die zugrunde liegenden Genetischen Algorithmen auch, einen Prozess modelliert, der eigentlich eine Optimierung darstellt, stellte sich ihre Eignung zur Optimierung heraus.

4 Anhang

Glossar

Abstraktion

Die vereinfachende Darstellung eines Problems durch mathematische Zusammenhänge.

Algorithmus

Verfahren, das in endlicher Zeit eine Lösung eines Problems berechnet.

Heuristik

Verfahren, das eine Lösung eines Problems zu finden oder zu approximieren versucht.

Hillclimber

Ein iteratives Optimierungsverfahren, das als zulässige Suchschritte nur Verbesserungen zulässt.

Hochgradig multimodale Funktion

Funktion, die sehr viele lokale Extremalstellen besitzt.

Lösungs-, Such-, Zielfunktionsraum

Die Menge der Alternativen, unter denen eine optimale ausgewählt werden soll.

Modell

Die Darstellung eines Problems als Optimierungsproblem.

Multimodale Funktion

Funktion, die mehr als nur eine Extremalstelle besitzt.

Optimierung

Der Entscheidungsprozess, eine optimale unter mehreren Möglichkeiten auszuwählen.

Optimierungsproblem

Eine Menge von Alternativen und zugehörige Zielfunktion.

Optimierungsverfahren

Ein Verfahren, das ausgehend von einem Optimierungsproblem eine oder mehrere optimale Lösungen bestimmt.

Restriktion, Nebenbedingung

Die Einschränkung des zulässigen Bereichs des Suchraums durch Gleichungen oder Ungleichungen.

Unimodale Funktion

Funktion, die nur eine Extremalstelle besitzt.

Variable

Die Repräsentation eines Freiheitsgrades im Zielfunktionsraum.

Zielfunktion

Eine Funktion $M \to \mathbb{R}$, die jedem Element des Zielfunktionsraums M einen reellen Wert zuordnet.

Literatur

[Bal94] S. Baluja. Population-based incremental leaning: A method for integrating genetic search based function optimization and competitive learning. Technical Report CMU-CS-94-163, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA, 1994.

[CDG99] D. Corne, M. Dorigo, and F. Glover, editors. *New Ideas in Optimization.* David Hatter, University Press, Cambridge, 1999.

[DMC96] M. Dorigo, V. Maniezzo, and A. Colorni. The Ant System: Optimization by a colony of cooperating agents. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics Part B: Cybernetics*, 26(1):29–41, 1996.

[EGGS00] M Emmerich, M. Grötzner, B. Gross, and M. Schütz. Mixed-integer evolution strategy for chemical plant optimization. In I. C. Parmee, editor, *Evolutionary Design and Manufacture (ACDM 2000)*, pages 55–67, New York, 2000. Springer.

[Glo89] F. Glover. Tabu search: A tutorial. Technical Report CO 80309-0419, University of Colorado, 1989.

[Gol89] D. E. Goldberg. *Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning.* Addison-Wesley, Reading, 1989.

[KGV83] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, and M. P. Vecchi. Optimization by simulated annealing. *Science*, 220, 4598:671–680, 1983.

[KM72] A. V. Klee and G. J. Minty. How good is the simplex algorithm? In *Inequalities III*, pages 159–175. Academic Press, 1972.

[Lit92] K. Littger. *Optimierung.* Springer, Berlin, 1992.

[Mos89] P. Moscato. On evolution, search, optimization, genetic algorithms and martial arts: Towards memetic algorithms. Technical Report C3P 826, Californian Institute of Technology, Pasadena, CA, 1989.

[Pap91] M. Papageorgiou. *Optimierung: Statische, dynamische, stochastische Verfahren für die Anwendung.* Oldenbourg, München, 1991.

[Rey86] R. G. Reynolds. An adaptive computer model for the evolution of plant collecting and early agriculture in the eastern valley of Oaxaca, Mexico. In K. V. Flannery, editor, *Quila Naquitz: Archaic Foraging in Oaxaca, Mexico*, pages 439–500. Academic Press, San Diego, CA, 1986.

[Rey94] R. G. Reynolds. An introduction to cultural algorithms. In *Proceedings of the Third Annual Conference on Evolutionary Programming(EP '94), San Diego, CA*, pages 131–139. World Scientific, Singapore, 1994.

[Rey99] R. G. Reynolds. Cultural algorithms: Theory and applications. In D. Corne, M. Dorigo, and F. Glover, editors, *New Ideas in Optimization*, pages 367–377. David Hatter, University Press, Cambridge, 1999.

[Sch95] H.-P. Schwefel. *Evolution and Optimum Seeking.* Sixth-Generation Computer Technology Series. Wiley & Sons, 1995.