Petra Mutzel
Nicola Beume, Christian Bockermann, Christian Horoba,
Ingo Schulz, Dirk Sudholt, Christine Zarges

Sommersemester 2009

DAP2 Übung – Blatt 9

Ausgabe: 10. Juni, **Abgabe:** 18. Juni, 14:00 Uhr, **Block:** C

Aufgabe 9.1 (4 Punkte)

(a) Erstelle drei Skiplisten L_1, L_2, L_3 durch die folgenden Operationen. Stelle das Ergebnis vor und nach jeder Delete-Operation und das Endergebnis analog zu Abbildung 4.21 im Skript grafisch dar. Dabei bedeutet $\texttt{Insert}(L, s, h)$, dass das Element mit Schlüssel s in die Skipliste L einzufügen ist, wobei die Höhe nicht zufällig bestimmt wird, sondern durch $h \in \mathbb{N}_0$ gegeben ist. Analog bedeutet $\texttt{Delete}(L, s)$, dass das Element mit Schlüssel s aus der Skipliste L zu entfernen ist.

$\texttt{Insert}(L_1, 9, 3)$; $\texttt{Insert}(L_1, 12, 0)$; $\texttt{Insert}(L_1, 5, 1)$; $\texttt{Insert}(L_1, 11, 0)$; $\texttt{Insert}(L_1, 2, 2)$; $\texttt{Insert}(L_1, 20, 1)$; $\texttt{Delete}(L_1, 11)$; $\texttt{Insert}(L_2, 27, 0)$; $\texttt{Insert}(L_2, 21, 2)$; $\texttt{Insert}(L_2, 34, 1)$; $\texttt{Insert}(L_2, 31, 4)$; $\texttt{Delete}(L_2, 31)$; $L_3 := \texttt{Concatenate}(L_1, L_2)$

(b) Bestimme die zufällige Höhe eines in eine Skipliste einzufügenden Elements, wenn die Reihenfolge der Münzwürfe

Kopf, Kopf, Kopf, Kopf, Zahl, Kopf, Zahl, Zahl, Kopf, Zahl

lautet. Wie viele `Insert`-Operationen können mit dieser Sequenz von zufälligen Münzwürfen danach noch durchgeführt werden?

Aufgabe 9.2 (4 Punkte)

(a) Stelle eine perfekte Skipliste, welche Elemente mit Schlüsseln

9, 11, 16, 19, 20, 42, 69, 81, 99

enthält, grafisch dar.

(b) Berechne die Wahrscheinlichkeit, mit der diese perfekte Skipliste erstellt wird, wenn die Elemente in der Reihenfolge eingefügt werden, die sich durch aufsteigende Sortierung der Schlüssel ergibt.

(c) Gibt es eine Einfügereihenfolge, bei der diese perfekte Skipliste mit größerer Wahrscheinlichkeit erzeugt wird? Begründe deine Antwort.

Aufgabe 9.3 (4 Punkte)

Wir betrachten Skiplisten in einer Anwendung, in der wir wissen, dass sich die Anzahl der zu speichernden Daten zwischen 2^k und 2^{k+1} (mit $k \in \mathbb{N}$) bewegen wird. Wir bestimmen die Höhe für die einzelnen Elemente anders als im Skript.

Wir legen eine Maximalhöhe $h_{\max} := \log 2^{k+1} = k + 1$ fest und wählen für jedes Element der Skipliste seine Höhe zufällig gleichverteilt aus $\{0, 1, \ldots, h_{\max}\}$, es gilt also

$$\text{Prob}\,(\text{height} = i) = \frac{1}{h_{\max} + 1}$$

für alle $i \in \{0, 1, \ldots, h_{\max}\}$.

(a) Überlege, welche Unterschiede sich durch diese Änderung im Vergleich zur Version im Skript ergeben. Berechne insbesondere die erwartete Höhe eines Elements und den erwarteten Gesamtspeicherplatzbedarf (jeweils in Θ-Notation).

(b) Gib an, aus welchen Gründen du eine der beiden Variante bevorzugst.

Präsenzaufgabe 9.4

Betrachte folgende Anwendungsszenarien, in denen Daten in einer Datenstruktur gespeichert werden sollen, welche die Operationen `Insert`, `Delete` und `Search` unterstützt. Gib jeweils an, welche Datenstruktur du für besonders geeignet hältst. Begründe deine Auffassung, indem du jeweils Gründe gegen die von dir nicht favorisierten Datenstrukturen anführst.

(a) **Objekte** rationale Zahlen, die jeweils in einem `double` gespeichert werden können
Schlüssel die Objekte selbst

(b) **Objekte** Personaldaten eines im Jahr 2009 gegründeten Dortmunder Softwarehauses
Schlüssel Personalnummer (`unsigned int`)

(c) **Objekte** Personaldaten der Deutschen Bahn AG (`www.deutschebahn.com`)
Schlüssel Personalnummer (`unsigned int`)

(d) **Objekt** Großbuchstaben A, B, ..., Z
Schlüssel die Objekte selbst