Übungen zur Vorlesung

Praktische Optimierung, SoSe 2011

Günter Rudolph, Nicola Beume

http://ls11-www.cs.tu-dortmund.de/people/rudolph/teaching/lectures/POKS/SS2011/lecture.jsp

Blatt 1, Block A

07.04.2011

Abgabe: 14.04.2011, 9 Uhr

Aufgabe 1.1: Analytische Lösung (5 Punkte)
Die Wirkung $W(x,t)$, die x Einheiten eines Medikaments t Stunden nach der Einnahme auf Patienten haben, wird in vielen Fällen durch

$$W(x,t) = x^2(a-x)t^2e^{-t}$$

dargestellt, wobei $x \in [0,a]$ mit $a > 0$ und $t \geq 0$.

Bestimmen Sie die Dosis x^* und Zeit t^*, so dass die Wirkung $W(x^*,t^*)$ maximal ist.

(Quelle: Aufgabe 7, S. 318 in H. Heuser: Lehrbuch der Analysis, Teil II. Teubner, 9. Aufl., Stuttgart 1995.)

Aufgabe 1.2: Strenge Konvexität (5 Punkte)
Sei $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ eine zweimal stetig differenzierbare Funktion. Wenn die Hessematrix von f positiv definit ist, dann ist f streng konvex. Nutzen Sie dieses Resultat, um zu prüfen, ob folgende Funktionen streng konvex sind.

a) $f(x) = exp(ax)\ ,\quad a \in \mathbb{R}$

b) $f(x) = x_1^4 + 4x_2^4 + 4x_1^2x_2^2 + 1$

c) $f(x) = \sum_{i=1}^{n} ix_i^4\ ,\quad n \in \mathbb{N}$

d) $f(x) = -exp(-x^2)$

e) $f(x) = 2x_1^2 + 4x_2^2 + 2x_1 - 2x_2 + 2x_1 \arctan(x_1) - \log(x_1^2+1) + 4\cos(x_2)$

Aufgabe 1.3: Graphik mit R (2 Punkte)
Erstellen Sie ein R-Skript (aufgabe1-3.R) zur Erzeugung folgender Abbildung. Plotten Sie den Funktionsgraph von $f(x) = sin(x)$ über dem Intervall $[0, 2\pi]$. Beschriften Sie die Achsen und geben Sie dem Diagramm eine Überschrift. Exportieren Sie das Diagramm als pdf-Datei. Kommentieren Sie Ihr Skript.

Geben Sie Ihr R-Skript, die Abbildung, sowie den Befehl für die Ausführung des Skriptes ab.