

SMS-EMOA – Effektive evolutionäre Mehrzieloptimierung

SMS-EMOA – Effective Evolutionary Multiobjective Optimization

Nicola Beume, Boris Naujoks, Günter Rudolph

Bei der mehrkriteriellen Pareto-Optimierung wird zu konfliktären Anforderungen eine Menge von Kompromisslösungen gesucht, die die bestmöglichen Lösungen approximieren. Evolutionäre Algorithmen haben sich hierbei als effektive und robuste Verfahren bewährt. Die Güte einer Approximation lässt sich durch das von ihr dominierte Hypervolumen im Zielraum, der sogenannten S-Metrik, quantifizieren. Die Maximierung der S-Metrik ist also ein erstrebenswertes Ziel und gleichzeitig eine adäquate einkriterielle Ersatzziel-funktion. Ein evolutionärer Algorithmus setzt diese innerhalb der Selektion ein und erreicht dadurch hervorragende Ergebnismengen. Wir zeigen anhand von Benchmarkproblemen und realen Anwendungen aus der Flugzeugtechnik und anderen Industriezweigen, dass dieser Algorithmus außerordentlich effektiv ist. Dies zeigt sich insbesondere für den Fall, dass mehr als drei Ziele zu optimieren sind, weil dann andere populäre mehrkriterielle evolutionäre Algorithmen versagen.

In multiobjective optimization there are conflicting demands for which a set of compromise solution is searched which approximates best possible solutions. Evolutionary algorithms established as effective and robust methodologies for this task. The quality of an approximation may be evaluated by its hypervolume dominated in the objective space, called S-metric. Thus, the maximization of the S-metric is a desirable aim and an adequate single-objective substitute function. An evolutionary algorithm applies this measure within its selection operator and reaches excellent results. We demonstrate the algorithm's outstanding effectiveness by academic benchmark problems and real-world problems from aeronautics and other industries. The performance is especially striking in the case of more than three objectives, when other popular methods fail completely.

Schlagwörter: Evolutionäre Algorithmen, Mehrzieloptimierung, Parameteroptimierung

Keywords: Evolutionary Algorithms, Multiobjective Optimization, Parameter Optimization

1 Einführung in mehrkriterielle evolutionäre Algorithmen

Bei der Mehrzieloptimierung werden an eine Problemlösung mehrere Anforderungen gestellt, die es bestmöglich zu erfüllen gilt. Diese Anforderungen (*Zielfunktionen*) sind typischerweise konfliktär, sodass ein Optimum bezüglich aller Funktionen nicht mit einer Lösung zu erreichen ist. Wie aus dem Alltag vertraut, gibt es keine Lösung, die alle Wünsche optimal erfüllt.

Das Ziel ist, Lösungen zu finden, die den Anforderungen des Anwenders bestmöglich gerecht werden. Eine

Gewichtung der Zielfunktionen kann vom Anwender vor der Optimierung (a priori) festgelegt werden, sodass eine aggregierte einkriterielle Zielfunktion der gewichteten Summe optimiert werden kann. Diese Methodik sowie die Spezifikation von Präferenzen während eines interaktiven Optimierprozesses erfordert vom Anwender eine genaue Zielvorstellung sowie deren Formalisierbarkeit, was bei komplexen, unerforschten Problemen meist nicht geleistet werden kann. Die hier verwendete *Pareto-Optimierung* gehört zu den *a posteriori*-Verfahren, bei denen eine Lösungsmenge generiert wird, aus der der Anwender nach der Optimierung wählen kann. Sobald

das Optimierszenario mit den gewünschten Zielfunktionen festgelegt ist, kann die Optimierung ohne Expertenwissen über das Problem, über mögliche Lösungen oder deren Qualität durchgeführt werden (vgl. Miettinen [1]).

Eine Lösung eines d -kriteriellen Problems wird über ihren zugehörigen d -dimensionalen Zielfunktionsvektor bewertet. Zielfunktionsvektoren sind partiell geordnet, d. h. zwei Vektoren sind unvergleichbar, falls jeder eine bessere Komponente enthält als der andere. Ein Vektor *dominiert* einen anderen, falls er in mindestens einer Komponente besser ist und in keiner schlechter. Die Lösungen, deren Zielfunktionsvektoren von keinem innerhalb einer Menge dominiert werden, heißen *nicht-dominiert*. Die Zielfunktionsvektoren, die bezogen auf den gesamten Suchraum nicht-dominiert, also *Pareto-optimal* sind, heißen *Pareto-Front* und ihre erzeugenden Lösungen *Pareto-Menge*.

Die Zielsetzung von Optimierverfahren ist meist die Approximation der Pareto-Front. Bei kontinuierlichen Problemen kann das exakte Erreichen nur mit bestimmter Genauigkeit gemessen werden und bei realen Problemen ist die Pareto-Front unbekannt, sodass ein Optimum nicht als solches verifiziert werden kann. Die Approximationsmenge soll möglichst viele nicht-dominierte Lösungen enthalten, damit dem Anwender eine große Auswahl zur Verfügung steht. Die gefundenen Zielfunktionsvektoren sollen nah an der Pareto-Front liegen und sich dabei entlang der gesamten Pareto-Front repräsentativ verteilen.

Evolutionäre Mehrziel-Optimier-Algorithmen (EMOA) haben sich als leistungsfähige Verfahren bewährt. Es sind randomisierte Suchheuristiken, die eine gute Lösung nicht durch Analyse des Problems konstruieren, sondern durch Ausprobieren von Lösungsmöglichkeiten schrittweise zu Verbesserungen gelangen. Sie sind inspiriert von der darwinistischen Vorstellung der natürlichen Evolution als eines iterativen Verbesserungsprozesses durch Reproduktion, Variation und Auslese. Eine grundlegende Übersicht zu EMOA bieten Deb [2] oder Coello Coello et al. [3].

Hat man mehrere Mehrzieloptimierverfahren zur Verfügung, möchte man ihre Ergebnismengen vergleichen, um herauszufinden, welches Verfahren für das Problem am geeignetsten erscheint. Ein Ansatz ist, die auf den Vektoren definierte Dominanz-Relation auf Mengen von Vektoren zu übertragen. Allerdings ist dann aufgrund der partiellen Ordnung die Unvergleichbarkeit der typische Fall, der bereits auftritt, falls es in einer Menge einen Vektor gibt, der bzgl. der Dominanz mit keinem in der anderen Menge vergleichbar ist. Man verwendet daher Qualitätsmaße (*Metriken*), die die Güte einer Menge bezüglich bestimmter Qualitätsmerkmale (wie Nähe zur Pareto-Front oder gleichmäßige Verteilung) quantifizieren. Entsprechend dieser skalaren Metrikerwerte können Mengen vollständig geordnet werden, wobei die Ordnungen verschiedener Metriken sich unterscheiden können.

Unter den zahlreichen Metriken gilt die *S-Metrik* von Zitzler und Thiele [4] als eines der sinnvollsten und gerechtesten Maße (vgl. Zitzler et al. [5]). Sie misst das dominierte Hypervolumen, d.h. den Bereich des Zielraums, in dem sich Vektoren befinden, die schlechter sind als mindestens ein Element der Menge. Der S-Metrikerwert ist zu maximieren, was bildlich einer „Eroberung“ des Zielraums entspricht. Das größte Hypervolumen wird von der Pareto-Front dominiert.

Der vorliegende Artikel ist die Erweiterung eines Workshop-Beitrags der drei Autoren [6]. Der folgende Abschnitt beschreibt die Funktionsweise des SMS-EMOA und beleuchtet diese aus verschiedenen Sichtweisen. Kapitel 3 stellt Ergebnisse der Anwendung des SMS-EMOA auf mathematischen Testfunktionen einerseits und in praktischen Anwendungen andererseits dar. Kapitel 4 beschließt den Artikel und leitet zu einer ausführlichen Liste von Literaturreferenzen zum Thema evolutionärer multi-kriterieller Optimierung über.

2 Dominiertes Hypervolumen als Selektionskriterium

2.1 Motivation und Ablauf des SMS-EMOA

Da die S-Metrik ein anerkannter Qualitätsindikator ist, ist ein hoher S-Metrikerwert der Ergebnismenge erstrebenswert. Somit ist es nahe liegend, die Maximierung des S-Metrikerwertes schon während des Optimierprozesses explizit anzusteuern. Dies wurde realisiert in dem S-Metrik-Selektion-EMOA (SMS-EMOA) von Emmerich et al. [7, 8]. Das Hypervolumen-basierte Selektionskriterium bildet die partiell geordneten Zielfunktionsvektoren auf skalare Fitnesswerte ab. Dies ermöglicht eine vollständige Ordnung der Lösungen und eine entsprechende Selektion der Besten. Der Selektionsoperator wählt die Teilmenge von Lösungen als Folgepopulation aus, deren S-Metrikerwert unter den möglichen Teilmengen maximal ist. Der SMS-EMOA lässt sich in das von Zitzler und Künzli [9] definierte Rahmenwerk der *Indicator-based EMOA* einordnen, die direkt die Optimierung eines Qualitätsmaßes anstreben.

Der Ablauf des SMS-EMOA ist in Algorithmus 1 dargestellt. Für die Startpopulation werden μ Lösungen (*Individuen*) zufällig generiert oder mit bekannten Problemlösungen initialisiert. Jede Generation des evolutionären Prozesses beginnt mit der Variation, die mit Hilfe randomisierter Operatoren aus der Population der vorhandenen Lösungen genau ein neues Individuum erzeugt. Es wurden keine speziellen Variationsoperatoren für den SMS-EMOA entworfen, diese können aus der Literatur (siehe z.B. Bäck et al. [10], Deb [2]) oder problemspezifisch gewählt werden.

Die Selektionskomponente reduziert die $\mu + 1$ Lösungen auf μ . Moderne EMOA bestehen aus einem primären

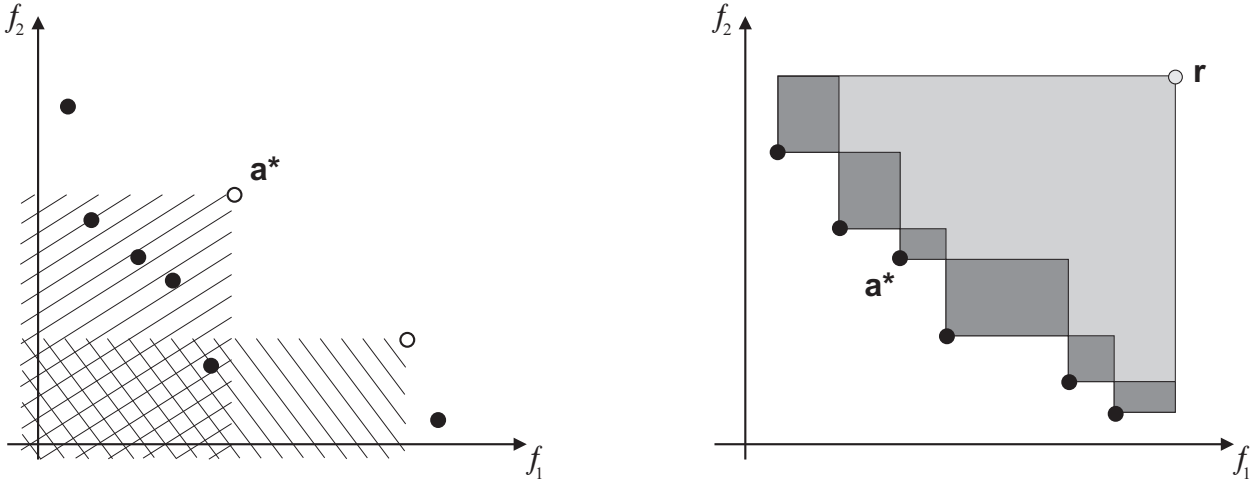


Bild 1: In einem 2-dimensionalen Zielraum von Minimierungsproblemen sind die Werte der Individuen angedeutet. Das bezüglich des eingesetzten sekundären Selektionskriteriums schlechteste Individuum \mathbf{a}^* wird aus der Population entfernt. Links: Für die beiden dominierten Lösungen (weiß) sind die Bereiche, in denen dominierende Lösungen liegen, schraffiert. Das Individuum \mathbf{a}^* hat mit vier dominierenden Individuen die größte Dominanzzahl. Rechts: Die dunklen Rechtecke zeigen die S-Metrik-Beiträge der Punkte, wobei \mathbf{a}^* den kleinsten Beitrag leistet. Der Referenzpunkt \mathbf{r} begrenzt den dominierten Raum.

Selektionskriterium, das auf der Pareto-Dominanz basiert und einem sekundären, welches herangezogen wird, falls nicht alle bzgl. des primären Kriteriums gleichwertigen Individuen in die Folgepopulation aufgenommen werden können. Beim SMS-EMOA ist das primäre Kriterium die Einteilung der Population in nicht-dominierte und dominierte Individuen. Falls die Population dominierte Individuen enthält, wird unter diesen das mit der größten *Dominanzzahl* aussortiert (\mathbf{a}^* in Bild 1, links). Die Dominanzzahl eines Individuums ist die Anzahl Individuen, die dieses dominieren. Eine Lösung gilt also als schlecht bzw. verzichtbar, wenn es viele bessere gibt. Besteht die Population nur aus nicht-dominierten Individuen, wird das mit kleinstem S-Metrik-Beitrag entfernt (\mathbf{a}^* in Bild 1, rechts). Der Beitrag ist das Hypervolumen, welches nur von einem einzigen Individuum dominiert wird und somit verfällt, wenn es aus der Population entfernt wird. Der kleinste Beitrag minimiert diesen Verlust.

2.2 Der SMS-EMOA aus Anwendersicht

Der SMS-EMOA zeichnet sich dadurch aus, dass er sehr leistungsfähig ist und außer den Parametern, die für jeden evolutionären Algorithmus spezifiziert werden müssen, keine zusätzlichen benötigt. Seine Anwendung erfordert daher kein tieferes Expertenwissen. Wie bei jedem EMOA müssen zur Bewertung der Lösungen Zielfunktionen definiert werden, die die gewünschten Anforderungen in einen mathematischen Zusammenhang setzen. Die Variationsoperatoren werden problemspezifisch gewählt, in Abhängigkeit der Repräsentation der Lösungen. Für typische Szenarien wie die reellwertige (restringierte) Optimierung oder kombinatorische Probleme sind bewährte Operatoren bekannt. Die Populationsgröße sollte in Abhängigkeit der zur Verfügung stehenden Optimierzeit gewählt werden. Sind Funkti-

```

 $P_0 \leftarrow \text{init}$            Start-Population mit  $\mu$  Individuen
 $t \leftarrow 0$            Initialisiere Generationenzähler
repeat
   $\mathbf{o} \leftarrow \text{variation}(P_t)$ 
    Erzeuge 1 neues Ind. durch Variationsoperatoren
   $D \leftarrow \text{dominierte\_Individuen}(P_t \cup \{\mathbf{o}\})$ 
    Identifiziere Menge dominierter Individuen  $D$ 
  if  $D \neq \emptyset$  then
     $\mathbf{a}^* \leftarrow \text{argmax}_{\mathbf{a} \in D} [dz(\mathbf{a}, P_t \cup \{\mathbf{o}\})]$ 
      Individuum mit höchster Dominanzzahl  $dz$ 
  else
     $\mathbf{a}^* \leftarrow \text{argmin}_{\mathbf{a} \in \{P_t \cup \{\mathbf{o}\}\}} [\Delta_S(\mathbf{a}, P_t \cup \{\mathbf{o}\})]$ 
      Individuum mit kleinstem S-Metrik-Beitrag  $\Delta_S$ 
   $P_{t+1} \leftarrow \{P_t \cup \{\mathbf{o}\}\} \setminus \{\mathbf{a}^*\}$ 
    entferne schlechtestes Individuum  $\mathbf{a}^*$ 
   $t \leftarrow t + 1$ 
until Abbruchkriterium erfüllt

```

Algorithmus 1 : SMS-EMOA

onsauswertungen zeitaufwändig, können unter Zeitbeschränkung nur wenige Generationen durchgeführt werden. Die Populationsgröße sollte dann klein sein, damit die Individuen der Population hinreichend oft ausgetauscht werden.

Die Rechenzeit der Operatoren eines EMOA ist normalerweise gegenüber der Zeit für die Funktionsauswertungen vernachlässigbar. Die S-Metrik-Berechnung ist in hoch-dimensionalen Räumen allerdings rechenintensiv, sodass der SMS-EMOA zeitaufwändig ist. Bei zwei oder drei Zielfunktionen ist die Rechenzeit ähnlich wie bei anderen EMOA.

Die Besonderheit des SMS-EMOA besteht darin, dass er bei hoch-dimensionalen Zielfunktionen überhaupt funktioniert. Populäre Verfahren wie NSGA-II [11] oder SPEA2 [12] erreichen nicht einmal bei gängigen Test-

funktionen eine Konvergenz gegen die Pareto-Front (vgl. Wagner et al. [13]).

2.3 Der SMS-EMOA aus wissenschaftlicher Sicht

Aus der Sicht eines Algorithmikers hat der SMS-EMOA interessante Eigenschaften. Da immer die Folgepopulation mit dem höchsten S-Metrik-Wert ausgewählt wird, ist der S-Metrik-Wert der Population über die Generationen monoton steigend. Der optimale S-Metrikwert wird von der Pareto-Front angenommen und die Population strebt darauf zu. Das eigentliche Optimierziel stimmt demnach mit der Maximierung der S-Metrik überein und sie erweist sich als adäquate einkriterielle Ersatzziel­funktion.

Die Berechnung der S-Metrik ist eine große algorithmische Herausforderung. Im Rahmen der Entwicklung des SMS-EMOA konnte die Laufzeit der S-Metrik-Berechnung von $O(n^{d-1})$ auf $O(n \log n + n^{d/2})$ für n Punkte im d -dimensionalen Zielraum (vgl. Beume und Rudolph [14]) gesenkt werden. Eine Generation des SMS-EMOA beinhaltet $\mu + 1$ S-Metrik-Berechnungen für die μ -elementigen Teilmengen der Population und hat ohne die Rechenzeit für die Funktionsauswertung eine Laufzeit von $O(n \log n + n^{(d/2)+1})$.

Ein sekundäres Selektionskriterium ist notwendig, weil in mehr-dimensionalen Zielräumen viele Individuen bzgl. der Pareto-Dominanz-Relation unvergleichbar sind. Ein Punkt im d -dimensionalen Zielraum ist nur mit einem Anteil von $1/2^{d-1}$ des Raums vergleichbar. Das sekundäre Selektionskriterium ist bei früheren EMOA eine Art Diversitätsmaß, das die Verteilung der Punkte optimiert, aber den Fortschritt in Richtung der Pareto-Front kaum berücksichtigt. Das rechenintensive, aber informative Selektionskriterium des SMS-EMOA ist in der Lage, den Optimierprozess kompetent zu steuern.

Der S-Metrikwert wird bzgl. eines Referenzpunktes berechnet. Dieser muss allerdings nicht vom Anwender spezifiziert werden, sondern wird durch eine interne Regelung in jeder Generation neu bestimmt (vgl. Beume et al. [8]). Der Referenzpunkt ist in jeder Koordinate etwas schlechter als das jeweils schlechteste Element der Population, sodass jedes nicht-dominierte Individuum einen positiven Beitrag leistet.

3 Studien auf Testfunktionen und industrielle Anwendungen

3.1 Akademische Testfunktionen

Für Vergleichsstudien sind die Familien der ZDT- und DTLZ-Funktionen [15, 16] populäre mehrkriterielle Testfunktionen. Etablierte EMOA wurden auf diesen Funktionen von Deb et al. [17] studiert und die Analyse des SMS-EMOA diesen Studien mit gleicher Para-

metrisierung nachempfunden. Die Ergebnismengen wurden mit Hilfe der S-Metrik und der Konvergenz-Metrik [17] bewertet, welche den durchschnittlichen Abstand der Menge zur Pareto-Front misst.

Auf den zwei-kriteriellen ZDT-Funktionen können alle EMOA als erfolgreich angesehen werden und erzielen ähnliche Ergebnisse. Der SMS-EMOA erreicht auf der Testfamilie insgesamt die besten Ergebnisse (vgl. Emmerich et al. [7]). Die Anzahl der Zielfunktionen ist bei der DTLZ-Familie skalierbar. Mit zunehmender Dimension wird die Überlegenheit des SMS-EMOA deutlicher. Bereits bei vier-kriteriellen Funktionen sind die EMOA NSGA-II [11], SPEA2 [12] und ϵ -MOEA [17] nicht mehr konkurrenzfähig (vgl. Wagner et al. [13]). Der ϵ -MOEA ist unter diesen der beste bei steigender Dimension, vorausgesetzt der sensible Parameter ϵ ist mit hoher Genauigkeit passend eingestellt. Der Leistungsabfall des NSGA-II ist besonders deutlich. Er erreicht auf der vier-kriteriellen Funktion DTLZ1 nicht einmal die Hälfte des S-Metrikwertes des SMS-EMOA und sein Wert bzgl. des Konvergenzmaßes ist um etwa das 1000-fache schlechter. Die Qualität der Ergebnismenge des SMS-EMOA bleibt bei steigender Dimension relativ gleich. Bei DTLZ1 werden immer ca. 96% bis 99% des S-Metrikwertes der Pareto-Front erreicht und die gefundenen Punkte liegen nahezu auf der Pareto-Front.

Das einzige evolutionäre Verfahren, das auch bei hoch-dimensionalen Zielfunktionen konkurrenzfähig zum SMS-EMOA ist, ist der Aggregations-basierte Algorithmus MSOPS von Hughes [18] (vgl. Wagner et al. [13]). Er verwendet statt der Pareto-Relation intern verschiedene gewichtete Aggregationen der Zielfunktionen. Der Erfolg des Algorithmus hängt stark von der Wahl dieser Gewichtungen der Zielfunktionen ab, die vom Anwender spezifiziert werden müssen. Demgegenüber hat der SMS-EMOA den Vorteil, dass er nahezu parameterlos arbeitet.

3.2 Anwendung in der Flugzeugtechnik

In der Flugzeugindustrie kommen Optimierverfahren in vielen Bereichen zur Anwendung. Die Tragflächenoptimierung bietet verschiedene Anwendungen mit variablem Schwierigkeitsgrad. Dazu gehören u.a die Optimierung von Widerstand und Auftrieb einer Tragfläche oder die Rekonstruktion oder die Widerstandsminimierung optimaler Referenzprofile zu verschiedenen Strömungsbedingungen. Zum letzten Szenario gehört das vorgestellte Anwendungsproblem. Für eine seitens eines Industriepartners vorgegebenen Referenztragfläche (RAE 2811, vgl. Cook et al. [19]) werden drei Zielfunktionen, die Widerstandsminimierung zu drei verschiedenen Strömungsbedingungen, formuliert. Die entsprechenden Strömungsbedingungen, die verschiedenen Flugphasen entsprechen, sind Tabelle 1 zu entnehmen.

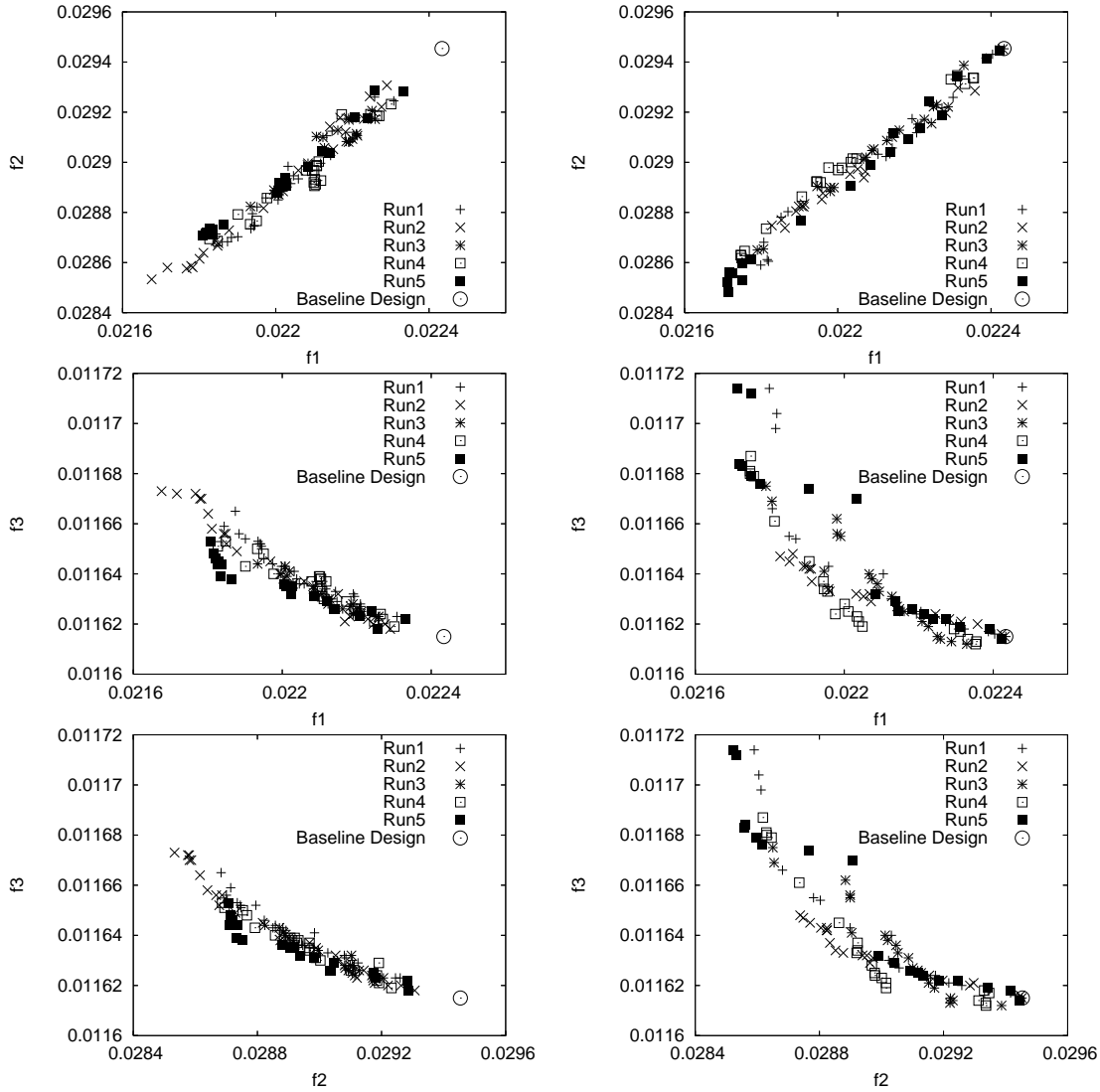


Bild 2: Projektionen der resultierenden Ergebnismengen für die Widerstandsminimierung der Referenztragfläche RAE 2822. Die aufgetragenen Funktionen sind die Widerstandsbeiwerte zu den jeweiligen Strömungsbedingungen aus Tabelle 1. Die Graphiken zeigen fünf Ergebnisse nach jeweils 1000 Zielfunktionsauswertungen mit dem NSGA-II (links) und dem SMS-EMOA (rechts).

Für weitere relevante Kennzahlen (neben dem Widerstandsbeiwert) sind Restriktionen zu beachten, damit sie nicht zu stark von den Werten der Referenztragfläche abweichen. Der Auftriebsbeiwert muss mit dem der Referenztragfläche übereinstimmen und die maximale Dicke der Referenztragfläche darf nicht überschritten werden. Erlaubt sind Abweichungen des Kippmoments um 2%, der Dicke der Tragfläche um 5%, des Radius der Flügelspitze um 10% und des Winkels der Profilhinterkante um 20%.

Der SMS-EMOA wurde auf der beschriebenen Anwendung mit dem NSGA-II von Deb et al. [11], einem Standardverfahren der evolutionären multikriteriellen Optimierung, verglichen (vgl. Naujoks et al. [20]). Beide Verfahren verwendeten die selben Variationsoperatoren mit identischer Paramterisierung und eine Populationsgröße von 20 Individuen. Fünf Läufe wurden jeweils mit der Referenztragfläche in der initialen Population gestartet und nach 1000 Zielfunktionsauswertungen gestoppt. Die Ergebnisse des NSGA-II sind in Abbildung 2 in der

Tabelle 1: Strömungsbedingungen in den drei Szenarien Reiseflug, Abweichung 1 (Abw.1) und Abweichung 2 (Abw. 2) für die Widerstandsminimierung der Referenztragfläche RAE 2822 im Anwendungsfall Tragflächenoptimierung

| | Reiseflug | Abw. 1 | Abw. 2 |
|------------------------|------------------|------------------|------------------|
| Machzahl M | 0.734 | 0.754 | 0.680 |
| Reynoldszahl Re | $6.5 \cdot 10^6$ | $6.2 \cdot 10^6$ | $5.7 \cdot 10^6$ |
| Anstellwinkel α | 2.8 | 2.8 | 1.8 |
| Transition | 3% | 3% | 11% |

linken Spalte aufgeführt und die des SMS-EMOA in der rechten. Zur Verdeutlichung sind die Ergebnismengen als zwei-dimensionale Projektionen auf die Ebenen $f_3 = 0$, $f_2 = 0$ und $f_1 = 0$ dargestellt.

In den oberen Abbildungen weisen beide Verfahren die geringsten Abweichungen von einander auf. Es lässt sich lediglich eine leichte Streckung der Resultate entlang einer gedachten Geraden feststellen, um die die Lösungen angeordnet sind. Dies führt zu einer besseren Vertei-

lung der Lösungen über den dargestellten Bereich des Suchraums. Allerdings lassen sich daraus noch keine Rückschlüsse für die Leistungsfähigkeit der Verfahren ziehen.

Die Unterschiede zwischen den Verfahren werden deutlich, vergleicht man die mittlere und die untere Zeile der Abbildung 2. Beide Projektionen erscheinen für die jeweiligen Algorithmen recht ähnlich, was mit der beschriebenen Korrelation der Werte bzgl. f_1 und f_2 zusammenhängt. Aufgrund der Ähnlichkeit der Graphiken konzentriert sich die folgende Analyse auf die Beschreibung eines Falls.

Es lässt sich deutlich eine Streckung der Ergebnisse des SMS-EMOA über den dargestellten Bereich des Suchraums erkennen. Ferner sind einzelne Ergebnisse wesentlich näher an der unteren linken Ecke der Graphik positioniert, was einer Verschiebung in Richtung besserer Lösungen entspricht. Insbesondere fallen Lösungen im rechten, unteren Bereich der Graphik für den SMS-EMOA auf, die die Werte der Referenztragfläche dominieren. Dies bedeutet eine Verbesserung der Referenztragfläche bezüglich aller Kriterien, also aller Druckbeiwerte, unter den gegebenen Strömungsbedingungen und unter Erfüllung aller Restriktionen. Eine derartige Verbesserung hinsichtlich aller Kriterien konnte bisher lediglich unter Zuhilfenahme eines Metamodells mit approximierten Zielfunktionsauswertungen erzielt werden (vgl. Emmerich und Naujoks [21]). Die neuen Ergebnisse ohne Einbindung eines Metamodells machen diese komplexe Algorithmenerweiterung jetzt unnötig, reduzieren somit die Anzahl der Parameter des Algorithmus und ermöglichen eine schnellere Konvergenz, da die vielen Auswertungen durch das Metamodell eingespart werden können. Die Streckung und die Verschiebung der Menge nicht-dominiertes Lösungen hin zu besseren Ergebnissen bedeuten eine Zunahme des überdeckten Hypervolumens. Es kann daher geschlossen werden, dass die gezeigten sehr guten Ergebnisse auf die Verwendung des Hypervolumens als Selektionskriterium zurückzuführen sind.

3.3 Chemieingenieurwesen

Das hier behandelte Problem entstammt dem Kontext der Flüssig-Flüssig-Phasengleichgewichte (englisch *Liquid-Liquid Equilibria* (LLE)), bei dem es vor allem darum geht, die Bereiche zu bestimmen, in denen industrielle Trennverfahren operieren können: Liegt ein Gemisch aus verschiedenen Flüssigkeiten vor, das in seine einzelnen Komponenten zerlegt werden soll, muss es in einen Zustand gebracht werden, in dem die Durchmischung möglichst schlecht ist. Bei günstiger Wahl der Umgebungsbedingungen wie z.B. Temperatur und Druck lässt sich oft die Entmischung erzwingen, so dass das Gemisch in einzelne Phasen zerfällt. Man versucht also, die sogenannte *Mischungslücke* zu finden, die diesen Bereich charakterisiert.

Tatsächlich lassen sich die Stoffkonzentrationen prinzipiell durch das Lösen eines nichtlinearen Gleichungssystems $g(x) = y$ auffinden. Dazu minimiert man die Quadratsumme der Abweichungen $\|g(x) - y\|^2$. Leider hat diese Modellierung des Problems den Nachteil, dass die Gleichungen unerwünschte triviale Lösungen zulassen, nämlich bei gleicher Konzentration eines Stoffes in beiden Phasen. Da der Fehler hier 0 wird, sind alle diese Punkte sogar global optimal, während das gewünschte Optimum aufgrund numerischer Schwierigkeiten in der Modellierung nur näherungsweise bestimmt werden kann und damit immer ein lokales Optimum bleibt. Darüber hinaus sind die Attraktionsgebiete der gewünschten Optima sehr klein, so dass auch Multi-startverfahren nur geringe Erfolgchancen haben.

Deshalb haben wir problemspezifisches Wissen bei der *Problemformulierung* geeignet eingearbeitet [22]: Wir wissen bereits, dass die nicht gewünschten, trivialen Optima auf der Raundiagonalen liegen. Also könnte man mit Hilfe von Straffunktionen die Nähe einer Lösung zur Raundiagonalen bestrafen, um den Algorithmus von den trivialen Lösungen fortzuleiten. Problematisch sind hier allerdings die zu wählenden Parameter bei der Straffunktion. Deshalb lag es nahe, hier einen mehrkriteriellen Ansatz zu verfolgen: Die erste Zielfunktion bleibt das zu minimierende Quadratsummenfehlermaß, während die zweite Zielfunktion den Abstand zur trivialen Lösung maximiert. Wendet man darauf einen mehrkriteriellen evolutionären Algorithmus an, so erhält man eine Approximation der Pareto-Front. Die zugehörigen Urbilder stellen dann die Bandbreite der effizienten Kompromisse aus niedrigem Fehlermaß *und* der Größe der Entfernung zu den trivialen Lösungen dar. Folglich darf man erwarten, dass zumindest *einige* Approximationspunkte des mehrkriteriellen Verfahrens im Attraktionsbassin der nicht-trivialen Lösungen liegen.

Diese Hypothese haben wir mit dem SMS-EMOA erfolgreich getestet: Nach der Approximation der Pareto-Front wurde von allen Urbildern eine lokale Suche bezüglich des Fehlermaßes gestartet. Die Erfolgswahrscheinlichkeit stieg so von 1-3% beim Multistartansatz auf 20-40%. Hier wurde also der SMS-EMOA als Teil eines hybriden Verfahrens genutzt, um in einer Vorverarbeitungsphase gute Startpunkte für die lokale Suche zu generieren.

3.4 Andere industrielle Anwendungen

Auch bei anderen Optimieraufgaben aus der Industrie konnte der SMS-EMOA erfolgreich eingesetzt werden. Hier handelt es sich sowohl um Anwendungen im Bereich der diskreten wie auch der gemischt-ganzzahligen Optimierung.

Aus dem Bereich der diskreten Optimierung sei hier auf die Anwendung auf verschiedene Instanzen des *vehicle routing* Problems (VRP) verwiesen [23]. Die Arbeit geht noch über die reine Anwendung der multi-kriteriellen

Optimierung hinaus und koppelt den SMS-EMOA an lokale Suchverfahren, was in einem so genannten hybriden multi-kriteriellen evolutionären Algorithmus resultiert. Die eingesetzten lokalen Suchverfahren sind variable Suchverfahren zur Nachbarschaftssuche. Mit diesen Verfahren wird die gegebene Lösung eines kombinatorischen Optimierproblems mit Hilfe spezialisierter lokaler Variationsoperatoren schrittweise verbessert. Als Zielfunktionen für das VRP wurden die Anzahl der Touren selbst, die Summe der zurückgelegten Distanzen aller Touren sowie ein Balancekriterium eingesetzt. Das Balancekriterium sorgt dafür, dass Tourlänge und Kosten verschiedener Touren nicht zu stark voneinander abweichen. Auch die Bewertung des Risikos zur Einhaltung von Lieferfristen durch eine weitere Zielfunktion konnte mit Hilfe des SMS-EMOA erfolgreich analysiert werden [24].

Eine Anwendung aus dem Bereich der Getriebewellenoptimierung gehört zum Bereich der gemischt-ganzzahligen Optimierung [25]. Besonders gute Getriebewellen zeichnen sich durch eine geringe Masse, ein geringes Trägheitsmoment und einen hohen Sicherheitsfaktor aus. Eine derartige Welle setzt sich aus verschiedenen Komponenten zusammen, beispielsweise Zahnradsitz, Festlagersitz, Kupplungssitz etc., die wiederum verschiedene Abmessungen besitzen und aus verschiedenen Materialien bestehen können. Auch im Rahmen dieser Arbeit wurden verschiedene, dem zugrunde liegenden Problem angepasste Variationsoperatoren entwickelt. Zudem wurden die Ergebnisse der mono-kriteriellen Optimierung für die jeweiligen Zielkriterien mit den Ergebnisse der multi-kriteriellen Optimierung mit dem SMS-EMOA unter ansonsten vergleichbaren Versuchsbedingungen miteinander verglichen. Dabei stellte sich heraus, dass die jeweiligen Ergebnisse der mono-kriteriellen Optimierung mit der multi-kriteriellen Optimierung nahezu erreicht wurden. Es wurden also nicht nur gute Kompromisse zwischen den Zielfunktionen gefunden, sondern auch die Extremwerte der Pareto-Front, die bezüglich genau eines Kriteriums sehr gut sind, angenähert. Dies kann im Allgemeinen nicht erwartet werden, da es sich bei der multi-kriteriellen Aufgabenstellung um eine wesentlich komplexere handelt, die in der Regel einen höheren Ressourcenaufwand für die Lösung benötigt.

4 Zusammenfassung und weitere Forschungsvorhaben

Vor den Studien des SMS-EMOA gab es nur Aggregations-basierte EMOA (MSOPS [18]) aber keinen Pareto-basierten EMOA, der in hoch-dimensionalen Zielräumen annähernd so gut funktioniert wie bei zwei oder drei Zielfunktionen. Der SMS-EMOA ist derzeit der einzige Pareto-basierte EMOA, der auf hoch-dimensionalen Testfunktionen die Pareto-Front erreicht und

mit einer relativ gleichmäßigen Verteilung repräsentativ abdeckt. Zudem stellte er seine Praxis-Tauglichkeit in prototypischen Optimierungen von z.B. Tragflügeln, Getriebewellen, logistischen oder chemietechnischen Problemen unter Beweis. Er ist anwenderfreundlich, da er außer den bei der evolutionären Optimierung üblichen Parametern keine weiteren benötigt.

Die Leistungsfähigkeit des SMS-EMOA basiert auf der Steuerung des Optimierprozesses durch die S-Metrik. Die Berechnung der S-Metrik ist in hoch-dimensionalen Zielfunktionsräumen rechenintensiv. Für zwei oder dreikriterielle Funktionen ist die Laufzeit mit der üblicher anderer EMOA vergleichbar. Für praktische Anwendungen mit hoch-dimensionalen Zielfunktionen ist der SMS-EMOA geeignet, wenn die Auswertung der Zielfunktion zeitaufwändig ist, was häufig aufgrund komplexer Simulationen der Fall ist.

Zukünftig wird an der weiteren Beschleunigung des SMS-EMOA durch effizientere Berechnungen der S-Metrik gearbeitet. Zudem werden generelle Eigenschaften des Optimierprozesses des SMS-EMOA analysiert. Durch ein tieferes Verständnis dieser Vorgänge können Empfehlungen ausgesprochen werden, wie die Parameter der evolutionären Optimierung beim SMS-EMOA in Abhängigkeit vom Anwendungsproblems zu wählen sind. Parameterstudien helfen, diese Vermutungen auch auf andere Verfahren zu übertragen. Weitere Anwendungsprobleme sollen generelle Einblicke in Herausforderungen geben, die EMOA zu bewältigen haben und die Identifikation typischer Optimierszenarien ermöglichen. Außerdem sollen zukünftig Hybridisierungen des SMS-EMOA mit anderen Optimierverfahren untersucht werden, ausgehend von der von Emmerich et al. [26] entwickelten Kopplung mit einem Gradientenverfahren.

Verschiedene Implementierungen des SMS-EMOA und der S-Metrik-Algorithmen sind im Internet verfügbar oder können auf Anfrage bereitgestellt werden.

Danksagung

Diese Arbeit wurde unterstützt von der *Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG)* als Teil des *Sonderforschungsbereichs „Computational Intelligence“ (SFB 531)* und im Rahmen des Projekts *„Ein Verfahren zur Optimierung von aus Mehrkomponenten bestehenden Schiffsantrieben“* (Schw 361/15-1).

Literatur

- [1] Miettinen, K.: *Nonlinear Multiobjective Optimization*. Boston: Kluwer Academic Publishers. 1999.
- [2] Deb, K.: *Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms*. Wiley, Chichester, UK. 2001.
- [3] Coello Coello, C. A.; Van Veldhuizen, D. A.; Lamont, G. B.: *Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems*. New York: Kluwer Academic Publishers. 2002.
- [4] Zitzler, E.; Thiele, L.: *Multiobjective Optimization Using Evolutionary Algorithms—A Comparative Case*

- Study. In: *Parallel Problem Solving from Nature (PPSN V)* (Eiben, A. E.; et al., Hg.), S. 292–301. Springer, Berlin. 1998.
- [5] Zitzler, E.; Thiele, L.; Laumanns, M.; Fonseca, C. M.; Grunert da Fonseca, V.: Performance Assessment of Multiobjective Optimizers: An Analysis and Review. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* 7 (2003) 2, S. 117–132.
- [6] Beume, N.; Naujoks, B.; Rudolph, G.: Mehrkriterielle Optimierung durch evolutionäre Algorithmen mit S-Metrik-Selektion. In: *Proc. 16th Workshop Computational Intelligence* (Mikut, R.; Reischl, M., Hg.), S. 1–10. Universitätsverlag, Karlsruhe. 2006.
- [7] Emmerich, M.; Beume, N.; Naujoks, B.: An EMO algorithm using the hypervolume measure as selection criterion. In: *Evolutionary Multi-Criterion Optimization (EMO 2005)* (Coello Coello, C. A.; et al., Hg.), S. 62–76. Springer, Berlin. 2005.
- [8] Beume, N.; Naujoks, B.; Emmerich, M.: SMS-EMOA: Multiobjective selection based on dominated hypervolume. *European Journal of Operational Research* 181 (2007) 3, S. 1653–1669.
- [9] Zitzler, E.; Künzli, S.: Indicator-Based Selection in Multiobjective Search. In: *Parallel Problem Solving from Nature (PPSN VIII)* (Yao, X.; et al., Hg.), S. 832–842. Springer, Berlin. 2004.
- [10] Bäck, T.; Fogel, D. B.; Michalewicz, Z. (Hg.): *Handbook of Evolutionary Computation*. Bristol, United Kingdom: IOP Publishing and Oxford University Press. 1997.
- [11] Deb, K.; Pratap, A.; Agarwal, S.; Meyarivan, T.: A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* 6 (2002) 2, S. 182–197.
- [12] Zitzler, E.; Laumanns, M.; Thiele, L.: SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm for Multiobjective Optimization. In: *Evolutionary Methods for Design, Optimisation, and Control*, S. 95–100. Barcelona, Spain: CIMNE. 2002.
- [13] Wagner, T.; Beume, N.; Naujoks, B.: Pareto-, aggregation-, and indicator-based methods in many-objective optimization. In: *Evolutionary Multi-Criterion Optimization (EMO 2007)* (Obayashi, S.; et al., Hg.), S. 742–756. Berlin: Springer. 2007.
- [14] Beume, N.; Rudolph, G.: Faster S-metric calculation by considering dominated hypervolume as Klee’s measure problem. In: *IASTED Int’l. Conf. Computational Intelligence (CI 2006)* (Kovalerchuk, B., Hg.), S. 231–236. Anaheim: ACTA Press. 2006.
- [15] Zitzler, E.; Deb, K.; Thiele, L.: Comparison of Multiobjective Evolutionary Algorithms: Empirical Results. *Evolutionary Computation* 8 (2000) 2, S. 173–195.
- [16] Deb, K.; Thiele, L.; Laumanns, M.; Zitzler, E.: Scalable Multi-Objective Optimization Test Problems. In: *Congress on Evolutionary Computation (CEC 2002)*, Bd. 1, S. 825–830. IEEE Press, Piscataway NJ. 2002.
- [17] Deb, K.; Mohan, M.; Mishra, S.: Towards a Quick Computation of Well-Spread Pareto-Optimal Solutions. In: *Evolutionary Multi-Criterion Optimization (EMO 2003)* (Fonseca, C. M.; et al., Hg.), S. 222–236. Springer. 2003.
- [18] Hughes, E. J.: Evolutionary Many-Objective Optimisation: Many Once or One Many? In: *Congress on Evolutionary Computation (CEC 2005)*, Bd. 1, S. 222–227. IEEE Press, Piscataway NJ. 2005.
- [19] Cook, P. H.; McDonald, M. A.; Firmin, M. C. P.: Aerofoil RAE 2822 - Pressure Distributions, and Boundary Layer and Wake Measurements. Experimental data base for computer program assessment, AGARD Report AR 138. 1979.
- [20] Naujoks, B.; Beume, N.; Emmerich, M.: Multi-objective optimisation using S-metric selection: Application to three-dimensional solution spaces. In: *Congress on Evolutionary Computation (CEC 2005)*, Bd. 2, S. 1282–1289. Piscataway NJ: IEEE Press. 2005.
- [21] Emmerich, M.; Naujoks, B.: Metamodel-assisted multi-objective optimisation with implicit constraints and their application in airfoil design. In: *Int’l Conf. ERCOFTAC 2004*. CIMNE, Barcelona, Spain (CD-ROM). 2004.
- [22] Preuss, M.; Rudolph, G.; Tumakaka, F.: Solving Multimodal Problems via Multiobjective Techniques with Application to Phase Equilibrium Detection. In: *Congress on Evolutionary Computation (CEC 2007)*, S. 2703–2710. Piscataway (NJ): IEEE Press. 2007.
- [23] Vatulkin, I.: *Multi-objective VRP Optimization with Hybrid EMOA*. Diplomarbeit, Fachbereich Informatik, Universität Dortmund. 2006.
- [24] Möncks, T.: *Risikomanagement und Kostenoptimierung bei Vehicle Routing Problemen mit hybriden EMOA*. Diplomarbeit, Fachbereich Informatik, Universität Dortmund. 2006.
- [25] Schultebrucks, B.: *Ein mehrkriterieller evolutionärer Algorithmus für die Optimierung von Getriebewellen*. Diplomarbeit, Fachbereich Informatik, Universität Dortmund. 2007.
- [26] Emmerich, M.; Deutz, A.; Beume, N.: Gradient-based/Evolutionary Relay Hybrid for Computing Pareto Front Approximations Maximizing the S-Metric. In: *Workshop on Hybrid Metaheuristics (HM 2007)*, S. 145–161. Springer, Berlin. 2007.

Manuskripteingang: 3. Dezember 2007.



Dipl. Inform. Nicola Beume ist seit 2004 Mitarbeiterin im Sonderforschungsbereich 531 und seit 2006 wiss. Angestellte in der Arbeitsgruppe *Computational Intelligence* des Lehrstuhls für Algorithm Engineering, Hauptarbeitsgebiete: Mehrzieloptimierung, Design und Analyse evolutionärer Algorithmen.

Adresse: Technische Universität Dortmund, Fakultät Informatik, Lehrstuhl für Algorithm Engineering, D-44221 Dortmund, Fax: +49-(0)231-755-7740. Tel.: +49-(0)231-755-7704, E-Mail: nicola.beume@tu-dortmund.de



Dipl. Inform. Boris Naujoks wandte sich 2004 nach Erfahrungen an Forschungsinstituten und in der Industrie der Erforschung evolutionärer Algorithmen am Lehrstuhl für Algorithm Engineering zu. Seitdem vertieft er seine Studien zur Anwendung multi-kriterieller evolutionärer Algorithmen, deren Koppelung mit Verfahren zur Zielfunktionsapproximation und den Grenzen herkömmlicher Ansätze hierfür.

Adresse: Siehe oben. Tel.: +49-(0)231-755-7705, E-Mail: boris.naujoks@tu-dortmund.de



Prof. Dr. Günter Rudolph vertritt das Fachgebiet *Computational Intelligence* an der Fakultät für Informatik der Technischen Universität Dortmund. Hauptarbeitsgebiete: Modellierung und technische Optimierung.

Adresse: Siehe oben. Tel.: +49-(0)231-755-7702, E-Mail: guenter.rudolph@tu-dortmund.de