technische universität dortmund

Fakultät für Informatik
Lehrstuhl 11 / Algorithm Engineering

Dr. Markus Chimani

Wintersemester 2009/10

Graphenalgorithmen Übung – Blatt 6

Ausgabe: 21. Januar — Besprechung: 1. Februar

Aufgabe 6.1: Unbalancierte BC-Bäume

Zeige, dass es in einem BC-Baum maximal einen massiven C-Knoten geben kann.

Aufgabe 6.2: Normalisierte Bäume

In der Vorlesung haben wir für BC-Bäume die Eigenschaft *normalisiert* definiert; diese Bezeichnung ist auf allgemeine Bäume übertragbar: ein an Knoten r gewurzelter Baum heißt *normalisiert*, falls jeder Teilbaum von r maximal $\lceil l/2 \rceil$ Blätter hat.

(a) Beweise, dass in jedem Baum ein Knoten r existiert, so dass der an r gewurzelte Baum normalisiert ist.

(b) Überlege dir einen (Linearzeit-)Algorithmus, welcher einen Wurzelknoten findet so dass diese Eigenschaft erfüllt ist.

Aufgabe 6.3: Segmente und Separationspaare

Seien G ein 2-zusammenhängender Graph ohne Mehrfachkanten, c ein Kreis in G und $S_1, \ldots, S_n$ die Segmente bezüglich c. Wir betrachten ein Separationspaar $\{a, b\}$ in G. Beweise die beiden folgenden Aussagen:

(a) Entweder liegen a und b beide auf c, oder beide liegen im gleichen Segment.

(b) Falls a und b beide auf c liegen, dann trifft (mind.) einer der folgenden Fälle zu:

Typ-1 Fall: Es gibt ein Segment S_i mit mindestens zwei Kanten, das nur a und b mit c gemeinsam hat.

Typ-2 Fall: Seien p und q die beiden Pfade, in die c durch a und b geteilt wird. Dann enthält kein Segment einen internen Knoten von p und einen internen Knoten von q, und sowohl p als auch q enthalten interne Knoten.

Aufgabe 6.4: Separationspaare

Wir betrachten einen 2-zusammenhängenden Graphen, für den wir wie in der Vorlesung gezeigt einen DFS-Baum und eine Nummerierung der Knoten bestimmt haben, die (P1)–(P3) erfüllt. Zeige: Ist $\{a, b\}$ ein Separationspaar mit $a < b$, dann gilt $a \to^* b$.

Hinweis: Du kannst folgende Eigenschaft von DFS-Bäumen 2-zusammenhängender Graphen benutzen: Der Wurzelknoten hat immer nur ein Kind, und für eine Baumkante $v \to w$ gilt:

$$\mathit{lowpt1}(w) \begin{cases} < v & \text{falls } v \neq 1 \\ = 1 & \text{falls } v = 1 \end{cases}$$

Kurzvortrag 6.5: Biconnectivity

Beschreibe, wie man in linearer Zeit einen Graph auf Zweizusammenhang testen kann. Umreisse auch kurz, wie sich aus dem Test ein BC-Baum ableiten lässt.