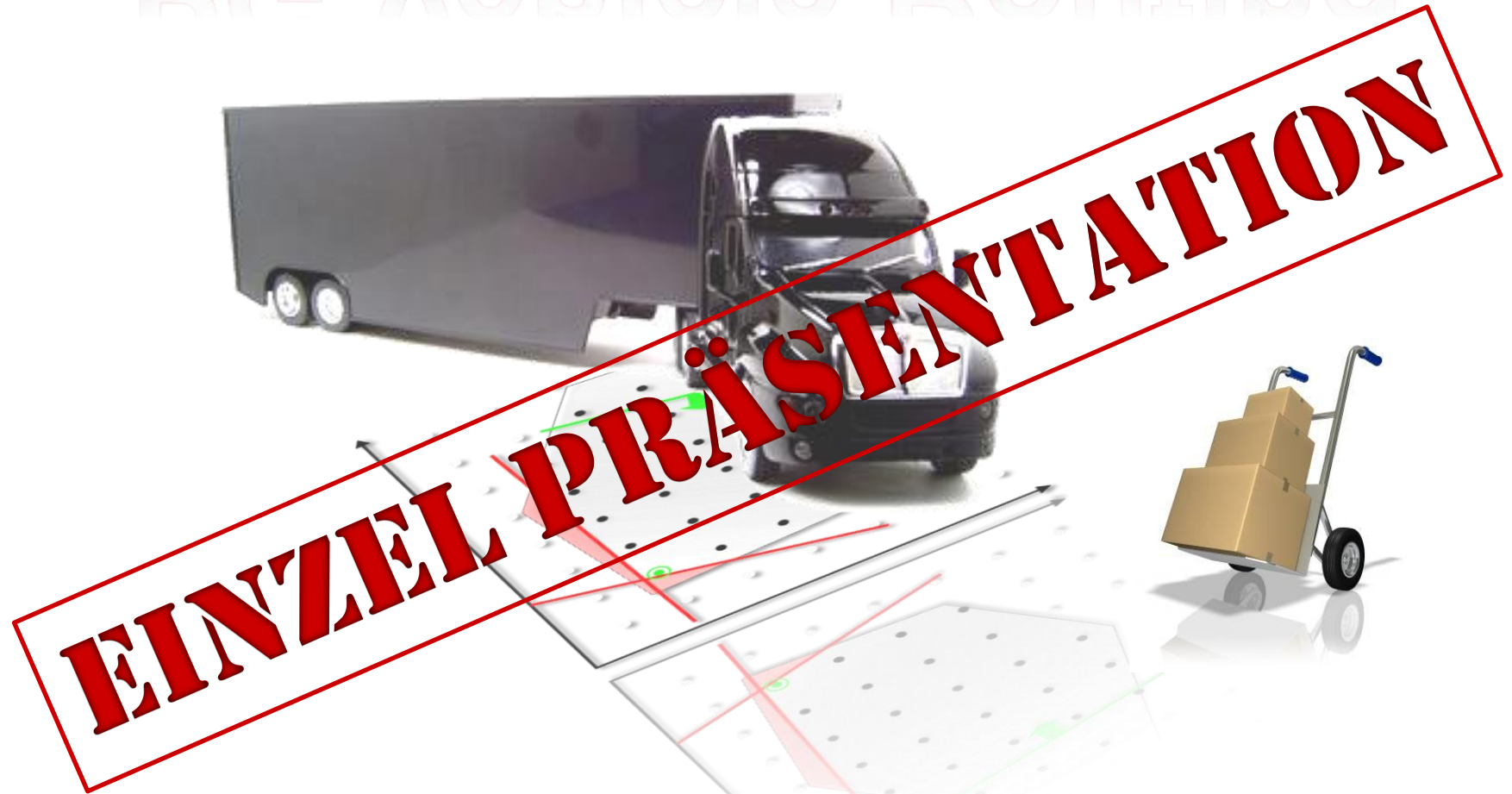


PG Vehicle Routing

PG VEHICLE ROUTING



LS11, Algorithm Engineering

Markus Chimani, Karsten Klein, Prof. Petra Mutzel

VEHICLE ROUTING

**MATHEMATISCHE
PROGRAMMIERUNG**

PG ZIELE & ABLAUF

VEHICLE ROUTING

BASISPROBLEM

Auslieferung von mehreren Bestellungen

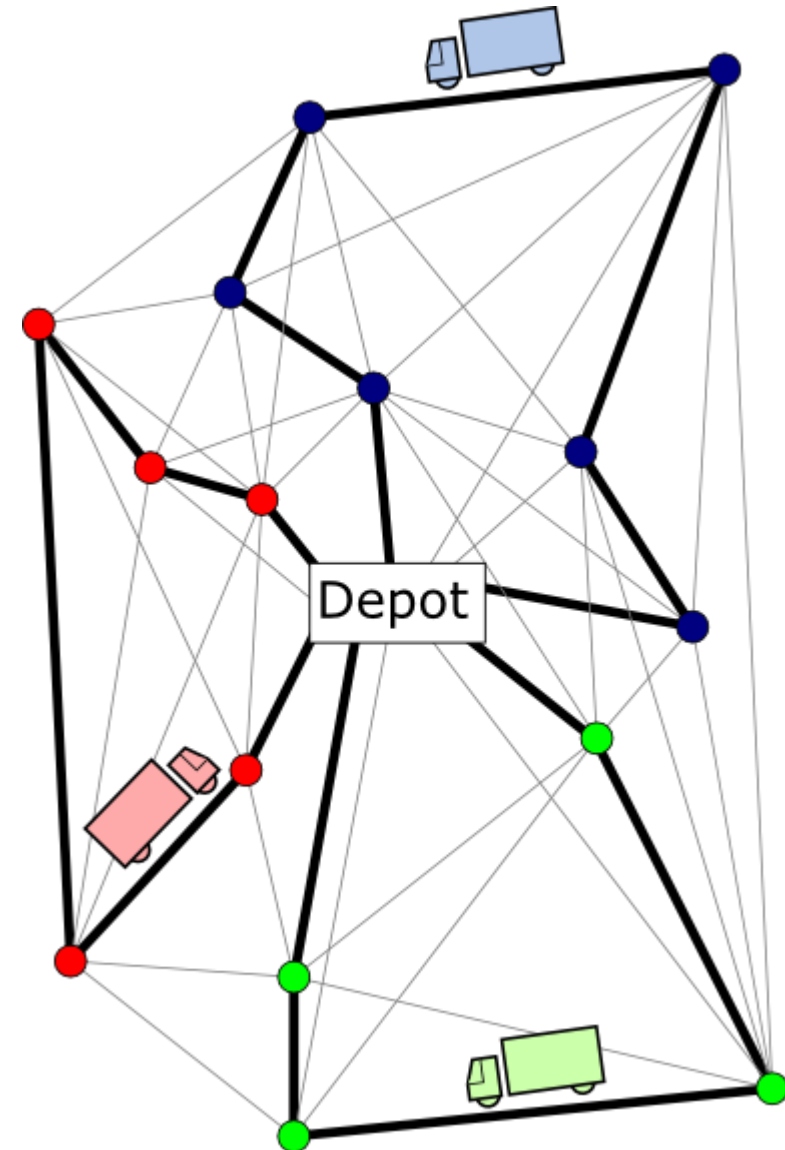


Fuhrpark

Bestellungen auf LKWs verteilen



Optimale Routen pro LKW



VEHICLE ROUTING

NEBENBEDINGUNGEN



max. Kapazitäten

Unterschiedliche
Fahrzeuge



Zeitfenster

Abholung und Lieferung:
Beladung, Reihenfolge



Bestimmungen: rechtlich,
tariflich, unternehmensintern

mehrere Depots, Umladen



UNSICHERHEIT

Fahrzeiten

Aufträgen



VEHICLE ROUTING

ZIELE



geringe Kosten



wenige Fahrzeuge



kurze Strecken



viele Lieferungen

Balance, u.v.m.





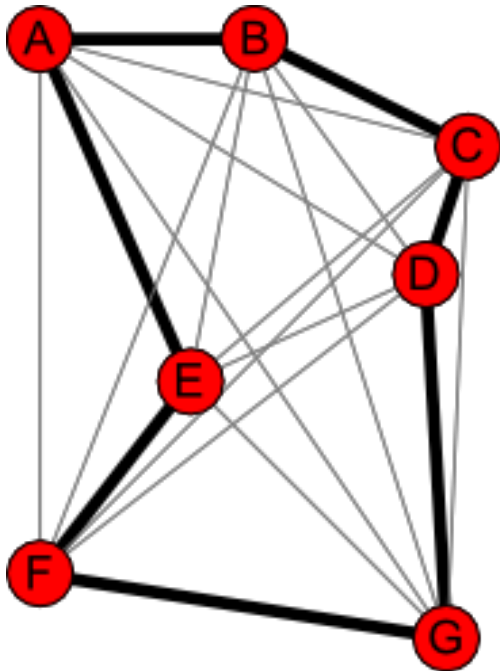
VEHICLE ROUTING

**MATHEMATISCHE
PROGRAMMIERUNG**

PG ZIELE & ABLAUF

MATHEMATISCHE PROGRAMMIERUNG

TRAVELLING SALESMAN PROBLEM



Gegeben:

n Städte: $S = \{A, B, C, D, \dots\}$

Distanzen zwischen Städten: $d(A, B)$

Gesucht:

Kürzeste Roundtour durch alle Städte

Variablen:

$$x_{v,w} \in \{0,1\} \quad \forall v, w \in S$$

integer linear program

Zielfunktion:

$$\min \sum_{v,w \in S} d(v,w) \cdot x_{v,w}$$

Schweden	24.978	✓
VLSI	85.900	✓
Welt	1.904.711	<0.05%

MATHEMATISCHE PROGRAMMIERUNG

TRAVELLING SALESMAN PROBLEM

Variablen: $x_{v,w} \in \{0,1\} \quad \forall v,w \in S$

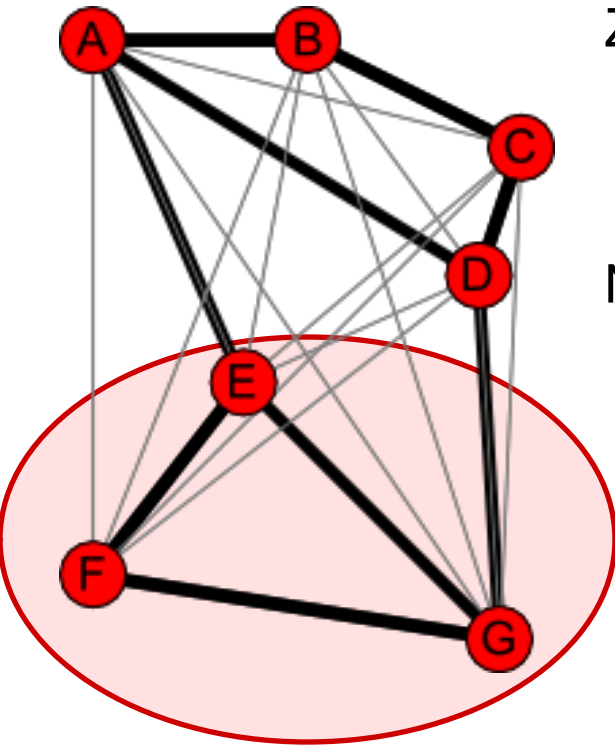
Zielfunktion: $\min \sum_{v,w \in S} d(v,w) \cdot x_{v,w}$

Nebenbedingungen:

$$\sum_{w \in S} x_{v,w} = 2 \quad \forall v \in S$$

$$\sum_{v,w \in T} x_{v,w} \leq |T| - 1 \quad \forall T \subset S$$

exponentiell viele!



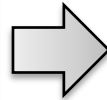
MATHEMATISCHE PROGRAMMIERUNG

TSP: BRANCH & CUT

Berechne Heuristik:
obere Schranke O



Starte mit einfacherem
linearen Programm P



$$\min \sum_{v,w \in S} d(v,w) \cdot x_{v,w}$$

$$0 \leq x_{v,w} \leq 1 \quad \forall v,w \in S$$

$$\sum_{w \in S} x_{v,w} = 2 \quad \forall v \in S$$

~~$$\sum_{v,w \in T} x_{v,w} \leq |T| - 1 \quad \forall T \subset S \quad (*)$$~~

Subproblem

1. Löse $P \rightarrow L$
(polynomiell, mit CPLEX)
2. Ist L gültig? $O \leftarrow \min(O, L)$!
3. Ist $L \geq O$?
Subproblem beenden.
4. Finde verletzte Ungleichung $(*)$?
Füge zu P hinzu & gehe zu 1.

Subproblem

$$x_{v,w} = 0$$

Subproblem

$$x_{v,w} = 1$$

Alle Subprobleme beendet?
 O ist Optimum

MATHEMATISCHE PROGRAMMIERUNG

TSP: BRANCH & CUT

konstruktive Heuristiken

Berechne Heuristik:
obere Schranke

auch: basierend auf L

Starte mit einfacherem
linearen Programm P

Alternative
Formulierungen

$$\min \sum_{v,w \in S} a(v,w) \cdot x_{v,w}$$

$$0 \leq x_{v,w} \leq 1 \quad \forall v,w \in S$$

$$\sum_{w \in S} x_{v,w} = 2 \quad \forall v \in S$$

~~$$\sum_{v,w \in T} x_{v,w}$$~~

Auswahl der initialen
Ungleichungen

Subproblem

1. Löse $P \rightarrow L$
(polynomiell, mit CPLEX)
2. Ist L gültig? $O \leftarrow \min(O, L)!$
3. Ist $L \geq O$?
Subproblem beenden
4. Finde verletzte Ungleichung (*)?
Füge zu P hinzu & gehe zu 1.

neue Arten von
Ungleichungen

exakte, effiziente
(polynomielle) Algorithmen
zur Identifikation verletzter
Ungleichungen

Alle Subprobleme beenden?
 O ist Optimum



VEHICLE ROUTING

**MATHEMATISCHE
PROGRAMMIERUNG**

PG ZIELE & ABLAUF

- Framework:
 - Branch & Cut
 - Auswählbare Zielfunktionen, Nebenbedingungen, Heuristiken, Ungleichungen, Separierungsmethoden, etc.
- Experimentelle Studie
 - auch Praxisdaten

- Anfang des Semsters:
 - **Ihr:** Seminarphase
 - **Betreuer:** Einführungskurs in ILPs und Branch&Cut
- Dann:
 - **Ihr:** nicht nur ausführen, sondern auch planen!
 - **Betreuer:** Allgemeine Zielvorgaben; Eingreifen nur bei Problemen oder Ideenlosigkeit

- Was könnt ihr in der PG lernen?
 - Wie man an Praxisprobleme herangehen kann
 - Wie man theoretisch fundierte Lösungen erzeugt
 - Exakte Lösungen obwohl NP-schwer!

 - Wie man vernünftige experimentelle Evaluierungen durchführt (= kein „beim Beispiel war es schneller“)

 - Grundlagen der Ganzzahligen Programmierung (ILPs), Modellierungsmöglichkeiten, Tools (CPLEX)

 - Projektmanagement, inkl. Planung, etc.

- Was erwarten wir von euch?
 - Interesse an Thema & Methoden
 - Bereitschaft etwas Neues zu lernen
 - Mitarbeit bei Projektplanung
- Was könnt ihr von uns erwarten?
 - Interessante Problemstellung, bei der ihr etwas Sinnvolles lernen könnt
 - Einführungskurs in die Grundlagen von ILP etc.
 - Faire Arbeitsbelastung
 - Freiheiten bei Planung/Zielsetzung
 - Pflege und Fortführung des Ergebnisses
 - Leider kein Smartphone...
 - Veröffentlichung?



VEHICLE ROUTING

**MATHEMATISCHE
PROGRAMMIERUNG**

PG ZIELE & ABLAUF