



Prof. Dr. Petra Mutzel  
Markus Chimani, Henrik Björklund, Carsten Gutwenger,  
Karsten Klein, Michael Meier

Sommersemester 2006

## DAP2 Übung – Blatt 9

Ausgabe: 20. Juni

Übungsgruppen: Mo. 26. Juni, Mi. 28. Juni, Fr. 30. Juni

Sammelübung: Fr. 30. Juni

**Aufgabe 9.1** (2 Punkte) Führe den Algorithmus von Kruskal an Hand des Graphen mit Knoten  $a, b, \dots, i$  und folgender Gewichtsfunktion durch:

	b	c	d	e	f	g	h	i
a	-6	<b>X</b>	-2	<b>X</b>	<b>X</b>	0	<b>X</b>	<b>X</b>
b		-1	-4	3	<b>X</b>	<b>X</b>	<b>X</b>	<b>X</b>
c			<b>X</b>	10	9	<b>X</b>	<b>X</b>	<b>X</b>
d				1	4	-5	<b>X</b>	<b>X</b>
e					2	<b>X</b>	<b>X</b>	<b>X</b>
f						-3	8	<b>X</b>
g							5	7
h								6

Dabei bedeutet **X** in der Matrix, dass die entsprechende Kante nicht im Graphen enthalten ist.

**Aufgabe 9.2** (2 Punkte) Zeige, dass eine beliebige Folge von  $m_1$  MAKESET,  $m_2$  UNION und  $m_3$  FIND Operationen, bei der zunächst alle MAKESET, danach alle UNION, und schließlich alle FIND Operationen ausgeführt werden, bei Verwendung von Pfadkomprimierung eine Laufzeit von  $\mathcal{O}(m)$  hat, wobei  $m := m_1 + m_2 + m_3$  ist.

**Aufgabe 9.3** (2 Punkte) Sei  $k \in \mathbb{N}$  eine feste Konstante. Sei  $G$  ein zusammenhängender, gewichteter Graph, bei dem alle Kantengewichte in  $\{1, 2, \dots, k\}$  liegen. Gib einen Algorithmus mit möglichst effizienter Laufzeit an, der einen MST für  $G$  berechnet. Was ist die Laufzeit Deines Algorithmus.

**Aufgabe 9.4** (2 Punkte) Sei  $G = (V, E)$  ein zusammenhängender Graph mit Gewichtsfunktion  $w : E \rightarrow \mathbb{R}$ , so dass alle Kantengewichte unterschiedlich sind, also  $w(e) \neq w(e')$  für alle  $e, e' \in E$  mit  $e \neq e'$ .

Zeige folgende stärkere MST Eigenschaft für  $G$ : Sei  $S \subset V$  und  $e \in E$  eine Kante mit minimalem Gewicht, die  $S$  verlässt. Dann ist  $e$  in *jedem* MST von  $G$  enthalten.

**Bonusaufgabe 9.5** (1 Bonuspunkt) Sei  $G = (V, E)$  ein zusammenhängender Graph mit Gewichtsfunktion  $w : E \rightarrow \mathbb{R}$ , so dass alle Kantengewichte unterschiedlich sind, also  $w(e) \neq w(e')$  für alle  $e, e' \in E$  mit  $e \neq e'$ .

Zeige mit Hilfe des Ergebnisses von Aufgabe 9.4, dass dann der MST von  $G$  eindeutig ist.

Held og lykke!  
–das DAP2-Team