

Aufgaben zu den Themen Polynome und Statistik

Hinweis: Nicht alle hier benötigten Methoden wurden als Beispiele vorgestellt, aber alle Funktionen sind relativ einfach aus der SciPy Dokumentation zu entnehmen.

Polynome

Aufgabe 1 - Polynome erstellen und verwenden

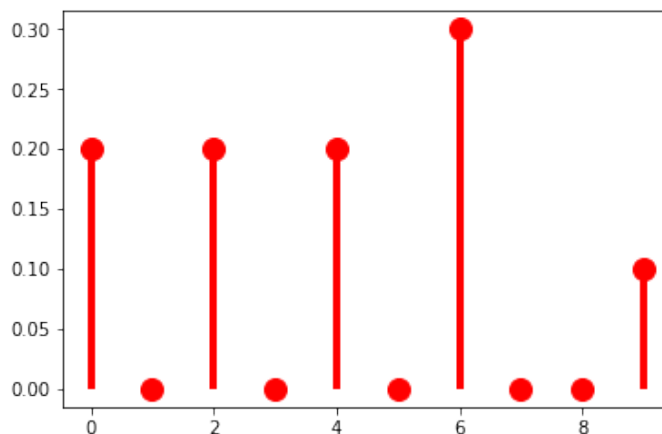
1. Erstelle das Polynom $p(x) = 4x^5 - x^4 + 2x^3 + x^2 - 1$ und $q(x) = x^2 + 1$.
2. Bestimme das Produkt $f(x) = p(x) * q(x)$.
3. Bestimme die Nullstellen von $p(x)$ und $f(x)$.
4. Führe eine Polynomdivision für $g(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$ durch. Bestimme auch den Rest der Polynomdivision.

Hinweis zur Polynomdivision: Das Ergebnis der Polynomdivision kann einen komplexen Anteil enthalten.

Verteilungen

Aufgabe 2 - Diskrete und stetige Verteilungen erstellen

Gegeben ist folgende diskrete Verteilung:



1. Erstellen sie eine Verteilung anhand des Schaubilds.
2. Ziehen sie 100 Zufallsvariablen aus dieser Verteilung.
3. Erstellen sie die Normalverteilung als Subclass von `rv_continuous`.

Kerndichteschätzung

Aufgabe 3 - Kerndichte einer Verteilung bestimmen

Benutze als Verteilung eine Normalverteilung, mit den Standardparametern und ziehe 200 Zufallsvariablen.

1. Erstelle eine Kerndichteschätzung mit den Standardparametern.
2. Plotte die Kerndichteschätzung und vergleiche diese mit der "reellen" Dichtefunktion.

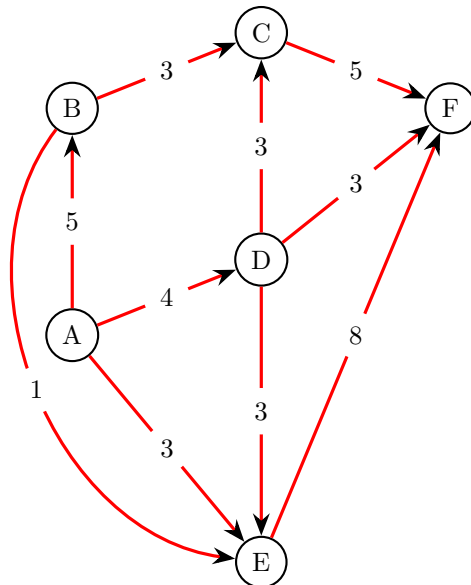
Aufgaben zu den Themen Graphen und lineare Algebra

Hinweis: Nicht alle hier benötigten Methoden wurden als Beispiele vorgestellt, aber alle Funktionen sind relativ einfach aus der SciPy Dokumentation zu entnehmen.

Compressed Sparse Graph Routines

Aufgabe 1 - einfache Graphenalgorithmen

Gegeben ist folgender Graph:



1. Überführe diesen Graph in ein Dict, welches die Kanten darstellt.
2. Berechne mit dem Modul `scipy.sparse.csgraph` die kürzesten Wege in diesem Graphen.
3. Lasse den minimalen Spannbaum berechnen. Wie viele Kanten bleiben übrig?
4. Führe auf den Originalgraph eine Breitensuche durch? Schau für die Methode in der Dokumentation nach.

Aufgabe 2 - einfache Graphenalgorithmen

Der Graph ist gegeben durch folgende Kanten.

$\text{edges} = \{(0,1):1, (1,3):-4, (2,4):-2, (3,2):5, (3,0):-3, (5,3):2, (4,5):5, (4,3):1, (5,0):7\}$

1. Berechne mit der Methode "dijkstra" die Kürzesten Wege in diesem Graphen.
2. Was fällt dir bei der Berechnung auf? Wie kann das erklärt werden?
3. Welche Methode kann die Aufgabe besser lösen? Wie muss der Code dafür verändert werden?

Lineare Algebra

Nun soll etwas auf die Thematik der Linearen Algebra eingegangen werden.

Aufgabe 3 - QR Zerlegung

1. Erstelle eine Hankel-Matrix A mit den Parametern "[2,99,10]".

2. Führe mit der Matrix A eine QR Zerlegung durch und gebe anschließend die Ausgaben Q und R aus. Was fällt bei R auf?
3. Gilt $A = Q \cdot R$?

Aufgabe 4 - LR Zerlegung

Gegeben ist die Matrix

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & -2 & 6 & -2 \\ -4 & 2 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

1. Überführe die Matrix in die Python Syntax.
2. Berechne die LR Zerlegung der Matrix.
3. Löse die Gleichung der Form:

$$A \cdot x = \begin{bmatrix} 27 \\ 26 \\ 7 \\ 13 \end{bmatrix}$$

Nutze hierzu die LR Faktorisierung.

Aufgabe 4 - Lineare Gleichungssysteme und Eigenwerte und Eigenvektoren

$$M = \begin{bmatrix} 13 & -24 & -6 \\ 12 & -23 & -6 \\ -12 & 24 & 7 \end{bmatrix} \quad N = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

1. Löse die Gleichung der Form $M \cdot x = y$ mit $y = \begin{bmatrix} -121 \\ -120 \\ 133 \end{bmatrix}$
2. Berechne die Eigenvektoren und Eigenwerte von M und N. Was fällt dabei auf?

Bonusaufgabe: Berechnung der Eigenwerte und Eigenvektoren mit der QR Zerlegung

Mithilfe der oben gestellten Aufgaben, ist es möglich einen Algorithmus zu implementieren, der die Eigenwerte und Eigenvektoren mittels der QR Zerlegung berechnen kann.