UNIVERSITÄT DORTMUND

Wintersemester 2005/06

Fundamente der Computational Intelligence

(Vorlesung)

Prof. Dr. Günter Rudolph

Fachbereich Informatik

Lehrstuhl für Algorithm Engineering

Kapitel 2: Fuzzy Systeme

Inhalt

- Fuzzy Mengen ☑
- Fuzzy Relationen ☑
- Fuzzy Logik ☑
- Approximatives Schließen (Teil 1) ☑
- Approximatives Schließen (Teil 2) ☑
- Approximatives Schließen (Teil 3) → Heute (Nachtrag)
- Fuzzy Regelung → Heute
- …

Approximatives Schließen (Teil 3)

Wichtig:

- Regeln der Form **IF *X* ist A THEN *Y* ist B** aufgefasst als <u>logische</u> Implikationen
- Dann macht R(x, y) = Imp(A(x), B(y)) auch Sinn.
- Wir erhalten: $B'(y) = \sup_{x \in X} t(A'(x), R(x, y))$

⇒ je schlechter Prämisse A'(x) zutrifft, umso größer ist die Fuzzy-Menge B'(y)

⇒ folgt sofort aus Axiom 1: $a \le b$ impliziert $\text{Imp}(a, z) \ge \text{Imp}(b, z)$

Interpretation der Ausgabemenge B'(y):

- B'(y) ist die Menge der noch möglichen Werte
- einzelne Regel liefert jeweils Einschränkung aller noch möglichen Werte

⇒ resultierende Fuzzy-Mengen $B'_k(y)$ aus Einzelregeln müssen miteinander <u>geschnitten</u> werden!

⇒ Aggregieren via $B'(y) = \mathbf{min} \{ B_1'(y), \ldots, B_n'(y) \}$

Approximatives Schließen (Teil 3)

Wichtig:

- Werden Regeln der Form **IF *X* ist A THEN *Y* ist B** <u>nicht</u> als <u>logische</u> Implikationen aufgefasst, dann kann die Funktion Fkt(·) in

$$R(x, y) = \text{Fkt}(A(x), B(y))$$

wie für gewünschte Interpretation erforderlich gewählt werden.

- Häufige Vertreter (insbesondere in Fuzzy Regelung):
  - $R(x, y) = \min \{ A(x), B(x) \}$ Mamdami - „Implikation"
  - $R(x, y) = A(x) \cdot B(x)$ Larsen – „Implikation"

⇒ Das sind natürlich keine Implikationen sondern spezielle t-Normen!

⇒ Ist also die <u>Relation R(x, y) gegeben</u>, dann kann durch die *Kompositionsregel der Inferenz*

$$\boxed{B'(y) = A'(x) \circ R(x, y) = \sup_{x \in X} \min \{ A'(x), R(x, y) \}}$$

immer noch mit Hilfe der Fuzzy Logik eine Schlußfolgerung gezogen werden.

Approximatives Schließen (Teil 3)

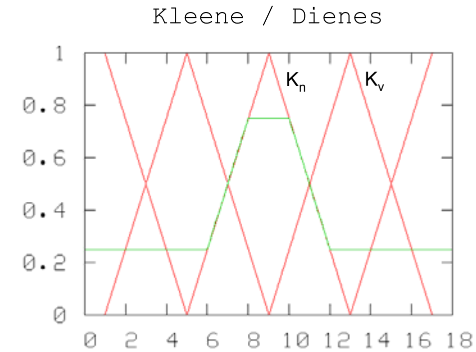
Was erhalten wir für B'(y) aus Beispiel der letzten Vorlesung, **wenn**

- Regeln <u>logikbasiert</u> interpretiert werden (<u>min</u>-Aggregation) und
- verschiedene Implikationsregeln verwendet werden?

Zur Erinnerung:

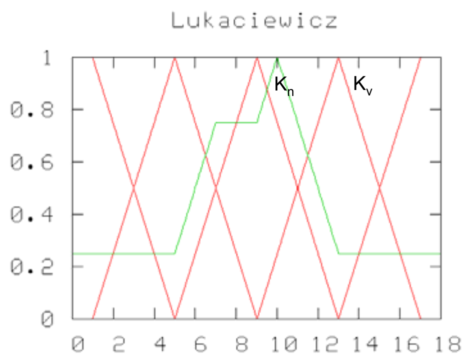
- Bohrmaschine benötigt Kühlmittelzufuhr.
- Bei x_0 = 10000 Umdrehungen/min. sollte B'(y) ermittelt werden.
- Zugehörigkeitsgrad zu Fuzzy-Mengen für Drehzahl x_0:
  mittel(x_0) = 0.75 und hoch(x_0) = 0.25, sonst = 0.

Approximatives Schließen (Teil 3)



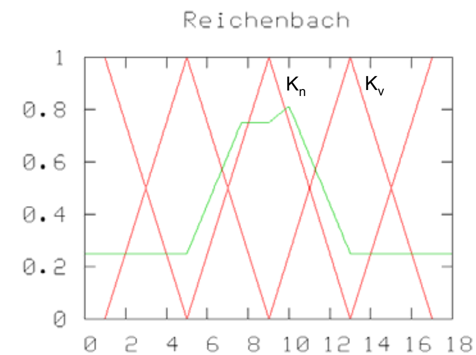
Imp(a, b) = max { 1 – a, b }

Approximatives Schließen (Teil 3)



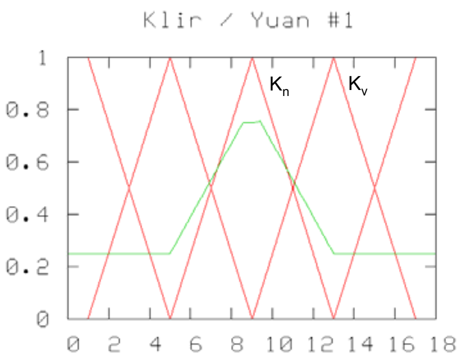
Imp(a, b) = min { 1, 1 – a + b }

Approximatives Schließen (Teil 3)



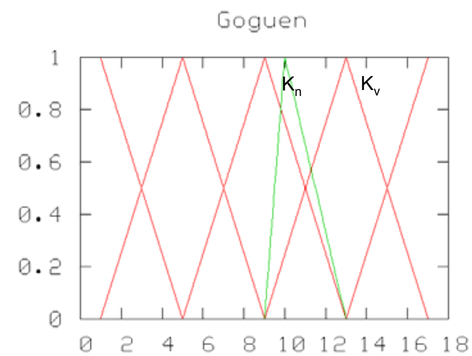
Imp(a, b) = 1 – a + ab

Approximatives Schließen (Teil 3)



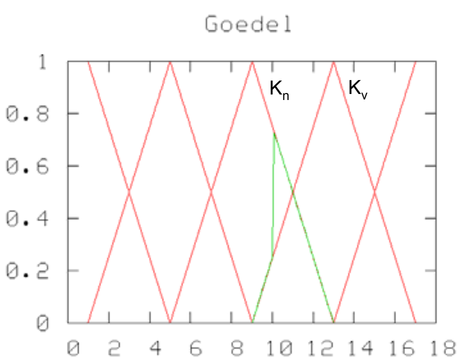
Imp(a, b) = $1 - a + a^2 b$

Approximatives Schließen (Teil 3)



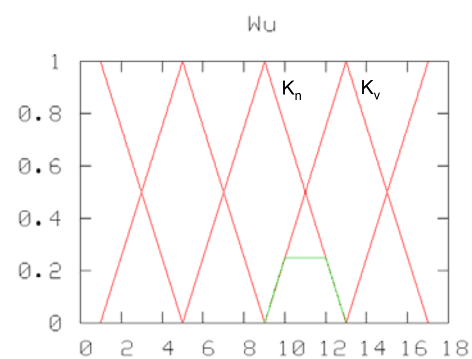
$$\mathrm{Imp}(a, b) = \begin{cases} 1 , & \text{falls } a \le b \\ b/a , & \text{falls } a > b \end{cases}$$

Approximatives Schließen (Teil 3)



$$\mathrm{Imp}(a, b) = \begin{cases} 1 , & \text{falls } a \le b \\ b , & \text{falls } a > b \end{cases}$$

Approximatives Schließen (Teil 3)



$$\mathrm{Imp}(a, b) = \begin{cases} 1 , & \text{falls } a \le b \\ \min \{ 1 - a, b \} , & \text{falls } a > b \end{cases}$$

Approximatives Schließen (Teil 3)

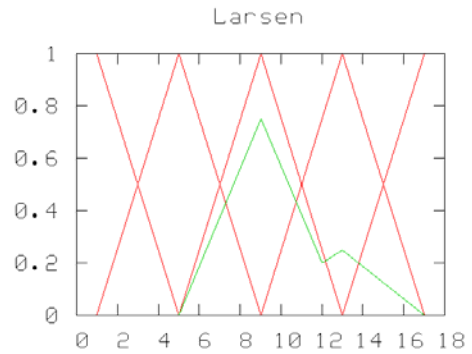
Bemerkungen (zu den hier gezeigten Beispielen):

- Lukaciewicz-Implikation erfüllt alle 9 Axiome.
- Wu-Implikation ergibt beim Inferenzschritt für A'=A genau B'=B.
- Zugehörigkeitsgrad B'(y) = 0 nur mit Implikationen möglich, für die Imp(a, 0) = 0 für a > 0 gilt: z.B. Gödel, Goguen, Wu.

Was erhalten wir für B'(y) aus Beispiel der letzten Vorlesung, **wenn**

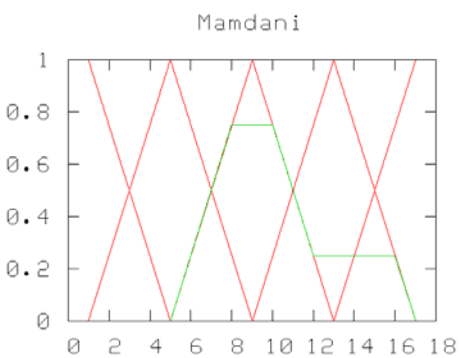
- Regeln <u>nicht logikbasiert</u> interpretiert werden (<u>max</u>-Aggregation) und
- verschiedene Relationszusammenhänge verwendet werden?

Approximatives Schließen (Teil 3)



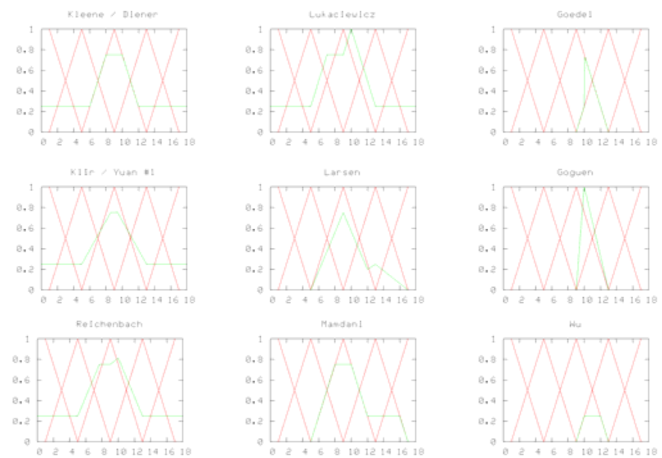
R(x, y) = A(x) · B(x)

Approximatives Schließen (Teil 3)



R(x, y) = min { A(x), B(x) }

Approximatives Schließen (Teil 3)



Fuzzy Regelung

Steuern und Regeln:

Beeinflussung des dynamischen Verhaltens eines Systems
in einer gewünschten Art und Weise

- **Steuern**

  Steuerung kennt Sollgröße und hat ein Modell vom System
  ⇒ Steuergrößen können eingestellt werden,
  so dass System Istgröße erzeugt, die gleich der Sollgröße ist

  Problem: Störgrößen! Soll-Ist Abweichung wird nicht erkannt!

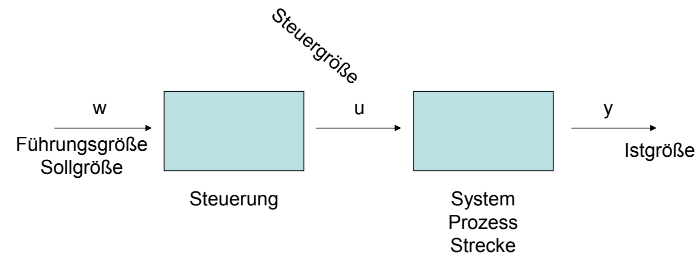
- **Regeln**

  nun: Erkennung der Soll-Ist Abweichung
  und Berücksichtigung bei Bestimmung neuer Steuergrößen

Fuzzy Regelung

Steuern

offene Wirkungskette

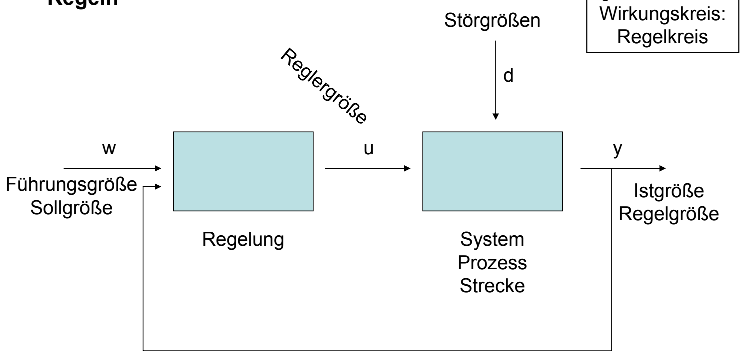


Annahme: störungsfreier Betrieb ⇒ Sollwert = Istwert

Fuzzy Regelung

Regeln

geschlossener Wirkungskreis: Regelkreis



Regelabweichung = Sollgröße – Istgröße

Fuzzy Regelung

Erforderlich:

Modell der Strecke

→ als Differentialgleichungen oder Differenzengleichungen

→ gut ausgebaute Theorie vorhanden

Weshalb also Fuzzy-Regler?

- es existiert kein Streckenmodell in Form von DGLs etc.
  (Operator/Mensch hat bisher händisch geregelt)
- Strecke mit hochgradigen Nichtlinearitäten → keine klassischen Verfahren
- Regelziele sind unscharf formuliert („weiches“ Umschalten bei Kfz-Getriebe)

Unscharfe Beschreibung des Regelverhaltens

IF X ist A_1, THEN Y ist B_1
IF X ist A_2, THEN Y ist B_2
IF X ist A_3, THEN Y ist B_3
…
IF X ist A_n, THEN Y ist B_n

wie beim approximativem Schließen

Fakt A‘ ist aber keine Fuzzy-Menge, sondern scharfe Eingabe

→ nämlich die aktuelle Ist-/Regelgröße!

Fuzzy-Regler führt Inferenzschritt aus

→ man erhält Fuzzy-Ausgabemenge B‘(y)

man benötigt aber scharfen Reglerwert für die Strecke

→ Defuzzyfizierung (= Fuzzy-Menge zu scharfem Wert „eindampfen“)

Defuzzyfizierung

- **Maximummethode** y_M = argmax B‘(y)
- **Center of Maxima (COM)**
  Y* = { y ∈ Y: B‘(y) = hgt(B‘) } y_{COM} = (inf Y* + sup Y*) / 2
- **Maximum-Mittelwert-Methode**
  y_{MM} = Mittelwert über alle Elemente von Y*
- **Schwerpunktmethode**

$$y_S = \frac{\int y \cdot B'(y)\, dy}{\int B'(y)\, dy}$$

Mamdami-Regler:

Benutze R(x,y) = max{ A(x), B(y) }

Defuzzyfizieren von B‘(y) mit Schwerpunktmethode

→ ergibt Regler-/Steuergröße u