Wintersemester 2005/06

Fundamente der Computational Intelligence

(Vorlesung)

Prof. Dr. Günter Rudolph

Fachbereich Informatik

Lehrstuhl für Algorithm Engineering

Inhalt

- Grundlagen Optimierung
- Nachbarschaftssuche
- (1+1)-EA
- …

Zufällige Auswahl aus der 1-Nachbarschaft von $x \in \mathbb{B}^n$ entspricht:

1 Bitposition zufällig gleichverteilt auswählen und invertieren

Bsp:

$N_1(0\,0\,0\,0) = \{\, 1\,0\,0\,0,\;\; 0\,1\,0\,0,\;\; 0\,0\,1\,0,\;\; 0\,0\,0\,1 \,\}$

kann man wie folgt auffassen:

- Bitstring $x = (x_1\; x_2\; \ldots\; x_n)$ ist Chromosom eines Individuums
- das Chromosom wird durch Mutation (Bit invertieren) zufällig geändert
- der Nachkomme mit geändertem Chromosom „überlebt“, wenn es der Umwelt besser angepasst ist bzw. bessere Fitness hat.

(1+1)-EA

```
wähle X_0 ∈ S, k = 0
repeat
  Y_k = Mutation(X_k)
  if f(Y_k) < f(X_k) then X_{k+1} = Y_k
                      else X_{k+1} = X_k
  k = k + 1
until Terminierung
```

→ Mutation

Selektion

Mutation: $S = \mathbb{B}^n$

lokal → 1 Bit auswählen und flippen, d.h. aus N_1-Nachbarschaft

global → jedes Bit mit W'keit p flippen, d.h. aus N_n-Nachbarschaft

<u>globale Mutation</u>

jede Bitposition jeweils mit W'keit p invertieren entspricht:

zufällige Entscheidung über Anzahl zu invertierender Bits,
dann aus dieser Teilmenge der N_n-Nachbarschaft gleichverteilt ziehen

Anzahl K zu invertiender Bits: $\mathrm{P}\{K = k\} = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

N4(0 0 0 0) = {

1 0 0 0, 0 1 0 0, 0 0 1 0, 0 0 0 1,
1 1 0 0, 1 0 1 0, 1 0 0 1, 0 1 1 0, 0 1 0 1, 0 0 1 1,
1 1 1 0, 1 1 0 1, 1 0 1 1, 0 1 1 1,
1 1 1 1

}

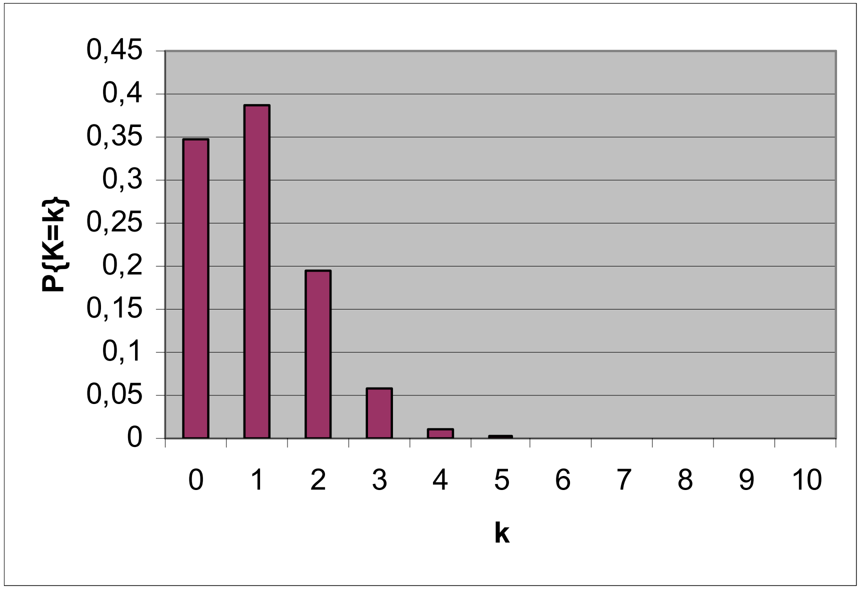
K = 1
K = 2
K = 3
K = 4

Binomialverteilung: $$\mathsf{P}\{K = k\} = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

üblicherweise wird p = 1 / n gesetzt:

$$\Rightarrow \quad \mathsf{P}\{K = k\} \rightarrow \binom{n}{k} e^{-1} \left(\frac{1}{n-1}\right)^k$$ n groß

E[K] = n p



$\mathsf{P}\{K= 0\} \sim e^{-1}$

$\mathsf{P}\{K=10\} \sim 10^{-10}$

Typische theoretische Fragestellungen:

$$\begin{tikzcd}
\text{Optima erreichbar?} \arrow[r, "\text{nein}"] \arrow[d, "\text{ja}"] & \text{Bis wohin kommt man?} \\
\text{Konvergenz?} \arrow[r, "\text{nein}"] \arrow[d, "\text{ja}"] & \text{Zeit bis zum ersten „Treffer“?} \\
\text{Zeit bis Konvergenz?} &
\end{tikzcd}$$

Wenn Optima nicht immer erreichbar: Mit welcher W‘keit erreichbar?

$D_k = | f(X_k) – f^* | \geq 0$ ist eine Zufallsvariable

wir betrachten die stochastische Folge $D_0, D_1, D_2, \ldots$

Konvergiert die Folge $(D_k)_{k\geq 0}$ gegen 0?

Wenn ja, dann offensichtlich „Konvergenz zum Optimum“!

Erwartungswert von Zufallsvariable $T = \min\{ k \geq 0 : D_k = 0 \}$