

Mathematik für Informatiker 2

Vorlesungsskriptum
Sommersemester 2017

Peter Buchholz
Günter Rudolph

Version: 24. Juli 2017

Fakultät für Informatik
Technische Universität Dortmund

Inhaltsverzeichnis

1 Grundlagen und Einführung	1
1.1 Was ist Analysis?	2
1.2 Aussagen	2
1.3 Mengen	4
1.4 Natürliche Zahlen	7
1.5 Ganze und rationale Zahlen	8
2 Reelle Zahlen	11
2.1 Der Körper der reellen Zahlen	11
2.2 Anordnungsaxiome	14
2.3 Betrag und Dreiecksungleichungen	16
2.4 Darstellung von Zahlen im Rechner	18
2.4.1 Basis der Zahlendarstellung	18
2.4.2 Grenzen der Darstellung	20
2.5 Intervalle	21
3 Folgen und Reihen	27
3.1 Folgen und Grenzwerte	27
3.2 Rechenregeln für konvergente Folgen	29
3.3 Monotone Folgen und Teilfolgen	31
3.4 Ein Algorithmus zur Wurzelberechnung	36
3.5 Reihen	37
3.6 Absolut konvergente Reihen	41
3.7 Die Exponentialreihe	44
3.8 Potenzreihen	47
4 Funktionen	49
4.1 Grundlegende Definitionen	49
4.2 Polynome und rationale Funktionen	52
4.3 Beschränkte und monotone Funktionen	56
4.4 Grenzwerte von Funktionen	57
4.5 Stetige Funktionen	58
4.6 Logarithmen und allgemeine Potenzen	64
4.7 Trigonometrische Funktionen	67

5	Differenzierbare Funktionen	73
5.1	Differenzierbarkeit einer Funktion	73
5.2	Differentiations-Regeln	76
5.3	Ableitungen höherer Ordnung	80
5.4	Numerisches Differenzieren	82
5.5	Lokale Extrema und Mittelwertsätze	83
5.6	Kurvendiskussion	91
6	Lösung von Gleichungen	97
7	Der Satz von Taylor	101
8	Integralrechnung	107
8.1	Das bestimmte Riemann-Integral	109
8.2	Der Zusammenhang zwischen Differential- und Integralrechnung . .	121
8.3	Die Technik des Integrierens	123
8.4	Uneigentliche Integrale	128
8.5	Anwendungen	130
8.5.1	Summieren	130
8.5.2	Mitteln	132
8.5.3	Rekonstruieren	133
8.6	Exkurs: Differentialgleichungen	135
8.6.1	Lineare DGL 1. Ordnung	136
8.6.2	Nichtlineare DGL	138
9	Differentialrechnung im \mathbb{R}^n	141
9.1	Grundlagen des \mathbb{R}^n	141
9.2	Stetigkeit im \mathbb{R}^n	143
9.3	Partielle Ableitungen	145
9.4	Minima und Maxima	147
10	Abzählende Kombinatorik	151
10.1	Grundlagen	151
10.2	Prinzip des doppelten Abzählens	152
10.3	Schubfachprinzip	154
10.4	Auswahl von k aus n Elementen	155
10.5	Prinzip der Inklusion / Exklusion	159
	Literaturverzeichnis	161
	Index	162